

Математика ЕГЭ 2014 (система задач из открытого банка заданий)

Задания В7

Нахождение значений выражений

Материалы подготовили:

Корянов А. Г. (г. Брянск); e-mail: akoryanov@mail.ru
Надежкина Н.В. (г. Иркутск); e-mail: nadezhkina@yahoo.com

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	1
1. Арифметические действия	2
2. Действия со степенями	5
3. Действия с арифметическими корнями	11
4. Действия с логарифмами	16
5. Преобразование тригонометрических выражений	20
6. Дополнительные задачи	27
Решения заданий-прототипов	32
Ответы	47
Список и источники литературы	52

Элементы содержания, проверяемые заданиями В7 по кодификатору:

- 1.1. Числа, корни и степени.
- 1.2. Основы тригонометрии.
- 1.3. Логарифмы.
- 1.4. Преобразование выражений.

Проверяемые требования (умения) в заданиях В7 по кодификатору:

1.1. Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма.

1.2. Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

1.3. Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Введение

Данное пособие является седьмым в серии пособий для подготовки к части В ЕГЭ по математике и посвящено решению несложного задания В7 Единого государственного экзамена по математике.

Для успешного решения этого задания необходимо уметь производить сравнительно несложные арифметические действия, действия со степенями и арифметическими корнями, действия с логарифмами, а также тригонометрические преобразования. В 2012 (2011) году на ЕГЭ по математике аналогичное задание верно решили 56,3% (52,5%) выпускников. То есть почти половина выпускников с данным заданием не справились - процент верных решений этого задания один из самых низких среди всех 14 заданий части В.

Очевидно, что на подготовку учащихся к решению этого по сути несложного задания следует обратить особое внимание, ликвидировав по возможности все «пробелы» в пройденных темах. В качестве практического материала для этого, на наш взгляд, логично и эффективно использование стройной и репрезентативной системы заданий на основе «открытого банка заданий» [3]. Данное пособие предлагает, на наш взгляд, именно такую систему заданий.

Структура пособия такова, что все задания, наряду с фиксированным номером из открытого банка заданий (он расположен в скобках непосредственно перед текстом задачи), имеют также собствен-

ную тройную нумерацию внутри пособия. Все типы заданий систематизированы по содержанию и разделены на пять разделов. Каждый тип заданий представлен тремя аналогичными заданиями (первое из этих трех заданий и есть прототип данного типа заданий), что позволит учащемуся при необходимости неоднократно проверить себя, а учителю - использовать дополнительные задания в виде отдельных, уже готовых трех вариантов для домашних или проверочных работ. Таким образом, первое число в тройной нумерации каждого задания означает номер раздела, второе число - номер типа задания внутри этого раздела, третье число - номер задания внутри типа (или номер варианта). Для первых заданий каждого типа (прототипов) представлены решения, для всех заданий есть ответы.

Мы постарались сделать так, чтобы пособие было полезно и для ученика практически любого уровня подготовки, и для учителя, и для репетитора. Ответы и решения заданий-прототипов представлены в конце пособия отдельно для того, чтобы в конкретном экземпляре пособия можно было легко оставить только нужную форму ответов или решений для проверки либо самопроверки. Например, в экземплярах пособий, предлагаемых для уверенных в своих силах учеников, можно вообще убрать и ответы, и решения. Для менее уверенных в своих силах учащихся можно оставить только решения заданий-прототипов. Для учителя и репетитора необходимы как раз ответы ко всем заданиям для упрощения процесса проверки и оценки домашних и самостоятельных работ.

1. Арифметические действия

Числовые выражения

1.1.1. (прототип 77391) Найдите значение выражения $4\frac{4}{9} : \frac{4}{9}$.

1.1.2. (86985) Найдите значение выражения $7\frac{9}{13} : \frac{5}{13}$.

1.1.3. (87481) Найдите значение выражения $5\frac{1}{7} : \frac{3}{7}$.

1.2.1. (прототип 77387) Найдите значение выражения $\left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6}$.

1.2.2. (85479) Найдите значение выражения $\left(2\frac{3}{8} - 2,9\right) \cdot 2\frac{6}{7}$.

1.2.3. (85481) Найдите значение выражения $\left(3\frac{2}{5} - 2\right) \cdot 3\frac{3}{4}$.

1.3.1. (прототип 26900) Найдите значение выражения: $\left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8$.

1.3.2. (16125) Найдите значение выражения: $\left(3\frac{1}{4} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 300$.

1.3.3. (16127) Найдите значение выражения: $\left(-2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{5}\right) \cdot 5,6$.

1.3.4. (16399) Найдите значение выражения: $\left(\frac{1}{9} - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 1,08$.

1.4.1. (прототип 77389) Найдите значение выражения $\left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70}$.

1.4.2. (86479) Найдите значение выражения $\left(6\frac{2}{5} - 1,2\right) : \frac{2}{35}$.

1.4.3. (86481) Найдите значение выражения $\left(4\frac{3}{4} - 2,2\right) : \frac{3}{20}$.

1.5.1. (прототип 77392) Найдите значение выражения $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$.

1.5.2. (87979) Найдите значение выражения $\frac{0,207 \cdot 2,08}{2,07 \cdot 0,208}$.

1.5.3. (87983) Найдите значение выражения $\frac{1,92 \cdot 0,244}{0,192 \cdot 2,44}$.

Выражения с переменными

1.6.1. (прототип 26812) Найдите значение выражения $(9ax - (-7xy)) : 4yx$

1.6.2. (66547) Найдите значение выражения $(2ax - (-3xy)) : 5yx$.

1.6.3. (66653) Найдите значение выражения $(7ax - (-4xy)) : 11yx$.

1.7.1. (прототип 26807) Найдите

$\frac{a+9b+16}{a+3b+8}$, если $\frac{a}{b} = 3$.

1.7.2. (66147) Найдите $\frac{a+4b+6}{a+b+3}$, если

$\frac{a}{b} = 2$.

1.7.3. (66153) Найдите $\frac{a+11b+51}{a+b+17}$, если

$\frac{a}{b} = 4$.

1.8.1. (прототип 26805) Найдите $\frac{a}{b}$, если

$\frac{2a+5b}{5a+2b} = 1$.

1.8.2. (65925) Найдите $\frac{a}{b}$, если

$\frac{5a+9b}{5b+9a} = -3$.

1.8.3. (66073) Найдите $\frac{a}{b}$, если

$\frac{a+2b}{b+2a} = 3$.

1.9.1. (прототип 26806) Найдите

$61a - 11b + 50$, если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$.

1.9.2. (66093) Найдите $33a - 12b + 3$, если

$\frac{a-8b+1}{8a-b+1} = -4$.

1.9.3. (66099) Найдите $93a - 39b - 51$, если

$\frac{3a-9b+5}{9a-3b+5} = -10$.

1.10.1. (прототип 26819) Найдите значение выражения $2x + y + 6z$, если

$4x + y = 5$, $12z + y = 7$.

1.10.2. (66985) Найдите значение выражения $3x + y + 6z$, если $6x + y = 9$,

$12z + y = 3$.

1.10.3. (67011) Найдите значение выражения

$4x + 2y + 9z$, если $4x + y = 9$, $9z + y = 9$.

1.11.1. (прототип 26818) Найдите значение выражения $3p(a) - 6a + 7$, если

$p(a) = 2a - 3$.

1.11.2. (66937) Найдите значение выражения $4p(a) - 32a - 8$, если $p(a) = 8a - 6$.

1.11.3. (66971) Найдите значение выражения $11p(a) - 77a - 5$, если

$p(a) = 7a + 5$.

1.12.0. Найдите значение выражения $p(x-7) + p(13-x)$, если $p(t) = 2t + 1$.

1.12.1. (прототип 26822) Найдите значение выражения $p(x-7) + p(13-x)$, если

$p(x) = 2x + 1$.

1.12.2. (67133) Найдите $p(x-3) + p(6-x)$, если $p(x) = 2x - 5$.

1.12.3. (67179) Найдите $p(x-3) + p(4-x)$, если $p(x) = 5x - 2$.

1.13.0. Найдите значение выражения $q(b-2) - q(b+2)$, если $q(t) = 3t$.

1.13.1. (прототип 26820) Найдите значение выражения $q(b-2) - q(b+2)$, если $q(b) = 3b$.

1.13.2. (67035) Найдите значение выражения $q(b-4) - q(b+4)$, если $q(b) = -9b$.

1.13.3. (67081) Найдите значение выражения $q(b-1) - q(b+1)$, если $q(b) = -6b$.

1.14.0. Найдите $2p(x-7) - p(2x)$, если $p(t) = t - 3$.

1.14.1. (прототип 26823) Найдите $2p(x-7) - p(2x)$, если $p(x) = x - 3$.

1.14.2. (67183) Найдите $3p(x-2) - p(3x)$, если $p(x) = x + 2$.

1.14.3. (67231) Найдите $3p(x-4) - p(3x)$, если $p(x) = 4x + 2$.

1.15.0. Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x+5))$, если $p(t) = t - 10$.

1.15.1. (прототип 26821) Найдите значение выражения $5(p(2x) - 2p(x+5))$, если $p(x) = x - 10$.

1.15.2. (67083) Найдите значение выражения $2(p(4x) - 4p(x+4))$, если $p(x) = x + 9$.

1.15.3. (67131) Найдите значение выражения $6(p(5x) - 5p(x+3))$, если $p(x) = x + 5$.

1.16.0. Найдите $p(x) + p(6-x)$, если $p(t) = \frac{t(6-t)}{t-3}$ при $t \neq 3$.

1.16.1. (прототип 26804) Найдите $p(x) + p(6-x)$, если $p(x) = \frac{x(6-x)}{x-3}$ при $x \neq 3$.

1.16.2. (65899) Найдите $p(x) + p(-12-x)$, если $p(x) = \frac{x(-12-x)}{x+6}$ при $x \neq -6$.

1.16.3. (65911) Найдите $p(x) + p(10-x)$, если $p(x) = \frac{x(10-x)}{x-5}$ при $x \neq 5$.

1.17.0. Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если

$p(t) = \left(t + \frac{3}{t}\right)\left(3t + \frac{1}{t}\right)$ при $t \neq 0$.

1.17.1. (прототип 26803) Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$,

если $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$.

1.17.2. (65877) Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если

$p(b) = \left(b + \frac{8}{b}\right)\left(8b + \frac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$.

1.17.3. (65881) Найдите $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$, если

$p(b) = \left(b - \frac{7}{b}\right)\left(-7b + \frac{1}{b}\right)$ при $b \neq 0$.

2. Действия со степенями

• Определения

1) Степень действительного числа с натуральным показателем

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

2) Степень действительного числа с единичным показателем

$$a^1 = a$$

3) Степень действительного числа, не равного нулю, с нулевым показателем

$$a^0 = 1$$

4) Степень действительного числа, не равного нулю, с целым отрицательным показателем

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

5) Степень положительного числа с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

6) Степень нуля с положительным действительным показателем

$$0^\alpha = 0$$

7) Степень единицы с действительным показателем

$$1^\alpha = 1$$

• Свойства степени положительного числа

1) умножение степеней с одинаковыми основаниями

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

2) деление степеней с одинаковыми основаниями

$$a^x : a^y = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

3) возведение степени в степень

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

4) умножение степеней с одинаковыми показателями

$$a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

5) деление степеней с одинаковыми показателями

$$a^x : b^x = \frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

6) четная степень отрицательного числа

$$(-a)^{2n} = a^{2n}, \text{ где } n \in N.$$

7) нечетная степень отрицательного числа

$$(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}, \text{ где } n \in N.$$

• Квадраты чисел

$$10^2 = \quad 20^2 = \quad 30^2 =$$

$$40^2 = \quad 50^2 = \quad 60^2 =$$

$$70^2 = \quad 80^2 = \quad 90^2 =$$

• Квадраты чисел

$$11^2 = \quad 12^2 = \quad 13^2 =$$

$$14^2 =$$

$$15^2 = \quad 16^2 = \quad 17^2 =$$

$$18^2 =$$

$$19^2 =$$

• Квадраты чисел, оканчивающиеся на цифру 5

$$15^2 = \quad 25^2 = \quad 35^2 =$$

$$45^2 = \quad 55^2 = \quad 65^2 =$$

$$75^2 = \quad 85^2 = \quad 95^2 =$$

$$105^2 = \quad 6,5^2 = \quad 0,35^2 =$$

• Степени числа 10

$$10^2 = \quad 10^3 = \quad 10^4 =$$

$$10^5 = \quad 10^6 = \quad 10^0 =$$

$$10^{-1} = \quad 10^{-2} = \quad 10^{-3} =$$

• Таблица степеней

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	3	9	27	81						
4	4	16	64	256						
5	5	25	125	625						
6	6	36	216							
7	7	49	343							
8	8	64	512							
9	9	81	729							

• Формулы сокращенного умножения

1) Квадрат суммы

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) =$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 = (b+a)^2$$

$$(a+b+c)^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

2) Квадрат разности

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) =$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 = (b-a)^2$$

$$(-a+b)^2 = (b-a)^2$$

$$(-a-b)^2 = (a+b)^2$$

$$(a+b-c)^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

3) Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

4) Куб суммы

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

5) Куб разности

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

6) Сумма кубов

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

7) Разность кубов

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Числовые выражения

2.1.1. (прототип 77390) Найдите значение выражения $(432^2 - 568^2) : 1000$.

2.1.2. (86979) Найдите значение выражения $(128^2 - 20^2) : 148$.

2.1.3. (86981) Найдите значение выражения $(38^2 - 20^2) : 58$.

2.2.1. (прототип 77394) Найдите значение выражения: $(5^{12})^3 : 5^{37}$.

2.2.2. (88487) Найдите значение выражения: $(8^{16})^5 : 8^{78}$.

2.2.3. (88979) Найдите значение выражения: $(4^9)^5 : 4^{42}$.

2.3.1. (прототип 26738) Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$.

2.3.2. (26753) Найдите значение выражения $121^{0,16} \cdot 11^{1,68}$.

2.3.3. (71883) Найдите значение выражения $8^{0,76} \cdot 64^{0,12}$.

2.4.1. (прототип 26740) Найдите значение выражения $7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}}$.

2.4.2. (61847) Найдите значение выражения $4^{\frac{3}{7}} \cdot 16^{\frac{2}{7}}$.

2.4.3. (62039) Найдите значение выражения $9^{\frac{4}{5}} \cdot 81^{\frac{1}{10}}$.

2.5.1. (прототип 77398) Найдите значение выражения $(49^6)^3 : (7^7)^5$.

2.5.2. (90889) Найдите значение выражения $(216^4)^3 : (36^2)^8$.

2.5.3. (90893) Найдите значение выражения $(343^9)^4 : (49^6)^9$.

2.6.1. (прототип 26739) Найдите значение выражения $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

2.6.2. (63041) Найдите значение выражения $\frac{4^{5,6}}{2^{9,2}}$.

2.6.3. (63047) Найдите значение выражения $\frac{25^{5,1}}{5^{8,2}}$.

2.7.1. (прототип 26754) Найдите значение выражения $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$.

2.7.2. (62779) Найдите значение выражения $\frac{36^{5,3}}{6^{8,6}}$.

2.7.3. (63049) Найдите значение выражения $\frac{25^{5,4}}{5^{8,8}}$.

2.8.1. (прототип 26748) Найдите значение выражения $\frac{\left(2^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9}$.

2.8.2. (62437) Найдите значение выражения $\frac{\left(7^{\frac{3}{5}} \cdot 4^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{28^9}$.

2.8.3. (62501) Найдите значение выраже-

$$\text{ния } \frac{\left(2^{\frac{4}{7}} \cdot 9^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{18^{12}}.$$

2.9.1. (прототип 26741) Найдите значе-

$$\text{ние выражения } \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}.$$

2.9.2. (62067) Найдите значение выраже-

$$\text{ния } \frac{3^{6,6} \cdot 7^{5,6}}{21^{4,6}}.$$

2.9.3. (62111) Найдите значение выраже-

$$\text{ния } \frac{2^{1,1} \cdot 7^{5,1}}{14^{3,1}}.$$

2.10.1. (прототип 26897) Найдите значе-

$$\text{ние выражения: } 4^8 \cdot 11^{10} : 44^8.$$

2.10.2. (14711) Найдите значение выра-

$$\text{жения: } 25^4 \cdot 49^5 : 1225^4.$$

2.10.3. (14675) Найдите значение выра-

$$\text{жения: } 49^2 \cdot 4^3 : 196.$$

2.11.1. (прототип 26742) Найдите значе-

$$\text{ние выражения } 35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7}.$$

2.11.2. (62123) Найдите значение выра-

$$\text{жения } 30^{0,4} \cdot 6^{0,6} : 5^{-2,6}.$$

2.11.3. (62161) Найдите значение выра-

$$\text{жения } 10^{2,6} \cdot 5^{-0,6} : 2^{3,6}.$$

Выражения с переменными

2.12.1. (прототип 26795) Найдите значе-

$$\text{ние выражения } \frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a}.$$

2.12.2. (65605) Найдите значение выра-

$$\text{жения } \frac{(17a)^2 - 17a}{17a^2 - a}.$$

2.12.3. (65613) Найдите значение выра-

$$\text{жения } \frac{(19a)^2 + 19a}{19a^2 + a}.$$

2.13.1. (прототип 26799) Найдите значе-

$$\text{ние выражения } \frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x.$$

2.13.2. (65669) Найдите значение выра-

$$\text{жения } \frac{64x^2 - 49}{8x + 7} - 8x.$$

2.13.3. (65711) Найдите значение выра-

$$\text{жения } \frac{4x^2 - 25}{2x - 5} - 2x.$$

2.14.1. (прототип 26811) Найдите значе-

$$\text{ние выражения } (2x - 5)(2x + 5) - 4x^2.$$

2.14.2. (66451) Найдите значение выра-

$$\text{жения } (5x - 4)(5x + 4) - 25x^2.$$

2.14.3. (66537) Найдите значение выра-

$$\text{жения } (3x + 4)(3x - 4) - 9x^2.$$

2.15.1. (прототип 26898) Найдите значе-

ние выражения:

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$$

при $x = 80$.

2.15.2. (15125) Найдите значение выра-

$$\text{жения: } (9x - 6)(9x + 6) - 81x^2 - 6x + 38$$

при $x = 100$.

2.15.3. (15619) Найдите значение выра-

$$\text{жения: } (10x - 2)(10x + 2) - 100x^2 + 8x - 27$$

при $x = 130$.

2.16.1. (прототип 26808) Найдите значе-

ние выражения

$$\left(4x^2 + y^2 - (2x - y)^2\right) : 2xy.$$

2.16.2. (66185) Найдите значение выра-

$$\text{жения } \left(16x^2 + 9y^2 - (4x - 3y)^2\right) : (-6xy).$$

2.16.3. (66255) Найдите значение выра-

$$\text{жения } \left(4x^2 + 25y^2 - (2x - 5y)^2\right) : 4xy.$$

2.17.1. (прототип 26809) Найдите значе-

ние выражения

$$\left((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2\right) : 6xy.$$

2.17.2. (66275) Найдите значение выра-

$$\text{жения } \left((3x - 5y)^2 - 9x^2 - 25y^2\right) : (-15xy).$$

2.17.3. (66297) Найдите значение выражения $((4x - y)^2 - 16x^2 - y^2) : 8xy$.

2.18.1. (прототип 26810) Найдите значение выражения

$$((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy.$$

2.18.2. (66369) Найдите значение выражения $((3x - 2y)^2 - (3x + 2y)^2) : (-8xy)$.

2.18.3. (66449) Найдите значение выражения $((5x - 4y)^2 - (5x + 4y)^2) : (-16xy)$.

2.19.1. (прототип 26802) Найдите значение выражения

$$(4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right)$$

2.19.2. (65821) Найдите значение выражения $(25a^2 - 16) \cdot \left(\frac{1}{5a + 4} - \frac{1}{5a - 4} \right)$.

2.19.3. (65867) Найдите значение выражения $(64a^2 - 81) \cdot \left(\frac{1}{8a - 9} - \frac{1}{8a + 9} \right)$.

2.20.1. (прототип 77386) Найдите значение выражения

$$(9b^2 - 49) \cdot \left(\frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13$$

при $b = 345$.

2.20.2. (84973) Найдите значение выражения $(36b^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{6b - 5} - \frac{1}{6b + 5} \right) + b + 9$

при $b = 119$.

2.20.3. (84977) Найдите значение выражения

$$(16b^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{4b - 5} - \frac{1}{4b + 5} \right) + b - 13$$

при $b = 131$.

2.21.1. (прототип 77385) Найдите значение выражения

$$a(36a^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{6a + 5} - \frac{1}{6a - 5} \right)$$

при $a = 36,7$.

2.21.2. (84379) Найдите значение выражения $a(9a^2 - 16) \cdot \left(\frac{1}{3a + 4} - \frac{1}{3a - 4} \right)$ при $a = 27,6$.

2.21.3. (84381) Найдите значение выражения $a(16a^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{4a + 5} - \frac{1}{4a - 5} \right)$ при $a = 30,9$.

2.22.0. Найдите значение выражения

$$\frac{g(x - 9)}{g(x - 11)}, \text{ если } g(t) = 8^t.$$

2.22.1. (прототип 77401) Найдите значение выражения $\frac{g(x - 9)}{g(x - 11)}$, если $g(x) = 8^x$.

2.22.2. (92555) Найдите значение выражения $\frac{g(x + 2)}{g(x)}$, если $g(x) = 15^x$.

2.22.3. (92545) Найдите значение выражения $\frac{g(x - 9)}{g(x - 10)}$, если $g(x) = 3^x$.

2.23.1. (прототип 26800) Найдите значение выражения $\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4}$.

2.23.2. (65731) Найдите значение выражения $\frac{(7x)^2 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 10x^3}$.

2.23.3. (65741) Найдите значение выражения $\frac{(3x)^5 \cdot x^4}{x^5 \cdot 5x^4}$.

2.24.1. (прототип 26815) Найдите значение выражения $(7x^3)^2 : (7x^6)$.

2.24.2. (66801) Найдите значение выражения $(2x^4)^2 : (2x^8)$.

2.24.3. (66807) Найдите значение выражения $(6x^6)^2 : (6x^{12})$.

2.25.1. (прототип 26816) Найдите значение выражения $(4a)^3 : a^7 \cdot a^4$.

2.25.2. (66855) Найдите значение выражения $(2a)^6 : a^7 \cdot a$.

2.25.3. (66857) Найдите значение выражения $(3a)^5 : a^8 \cdot a^3$.

2.26.1. (прототип 26814) Найдите значение выражения $18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2$.

2.26.2. (66743) Найдите значение выражения $64x^8 \cdot x^{17} : (2x^5)^5$.

2.26.3. (66753) Найдите значение выражения $32x^3 \cdot x^7 : (4x^5)^2$.

2.27.1. (прототип 26813) Найдите значение выражения $((2x^3)^4 - (x^2)^6) : 3x^{12}$.

2.27.2. (66691) Найдите значение выражения $((3x^8)^3 - (2x^6)^4) : x^{24}$.

2.27.3. (66687) Найдите значение выражения $((6x^9)^2 - (4x^6)^3) : 7x^{18}$.

2.28.1. (прототип 26798) Найдите значение выражения

$$\frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2}$$

2.28.2. (282373) Найдите значение выражения

$$\frac{17(m^4)^6 + 7(m^8)^3}{(4m^{12})^2}$$

2.28.3. (282431) Найдите значение выражения

$$\frac{14(m^6)^5 + 11(m^{10})^3}{(5m^{15})^2}$$

2.29.1. (прототип 26831) Найдите значение выражения

$$\frac{6n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}} \text{ при } n > 0$$

2.29.2. (67671) Найдите значение выражения

$$\frac{60n^{\frac{1}{18}}}{n^{\frac{1}{27}} \cdot n^{\frac{1}{54}}} \text{ при } n > 0.$$

2.29.3. (67713) Найдите значение выражения

$$\frac{41n^{\frac{1}{4}}}{n^{\frac{1}{20}} \cdot n^{\frac{1}{5}}} \text{ при } n > 0.$$

2.30.1. (прототип 26797) Найдите значение выражения

$$\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$$

2.30.2. (65645) Найдите значение выражения

$$\frac{(3a^2)^3 \cdot (5b)^2}{(15a^3b)^2}$$

2.30.3. (65651) Найдите значение выражения

$$\frac{(7a^2)^3 \cdot (2b)^2}{(14a^3b)^2}$$

2.31.1. (прототип 26801) Найдите значение выражения

$$\frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} \cdot b^{-4}}$$

2.31.2. (65773) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{-5}b^{-7}}{(3a)^2b^{-3}} \cdot \frac{27}{a^{-7} \cdot b^{-4}}$$

2.31.3. (65811) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{-2}b^{-5}}{(2a)^2b^{-2}} \cdot \frac{21}{a^{-4} \cdot b^{-3}}$$

2.32.1. (прототип 26828) Найдите значение выражения $a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68}$ при $a = 11$

2.32.2. (67491) Найдите значение выражения $a^{0,67} \cdot a^{0,56} \cdot a^{0,77}$ при $a = 23$.

2.32.3. (67541) Найдите значение выражения $a^{1,59} \cdot a^{0,26} \cdot a^{0,15}$ при $a = 6$.

2.33.1. (прототип 77403) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}} \text{ при } a = 0,4$$

2.33.2. (93519) Найдите значение выражения

$$\frac{a^{5,2}}{a^{6,2}} \text{ при } a = 0,2.$$

2.33.3. (93545) Найдите значение выражения $\frac{a^{5,1}}{a^{7,1}}$ при $a = 5$.

2.34.1. (прототип 26826) Найдите значение выражения $\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}}$ при $a = 12$.

2.34.2. (67339) Найдите значение выражения $\frac{a^{6,08} \cdot a^{3,31}}{a^{7,39}}$ при $a = 20$.

2.34.3. (67405) Найдите значение выражения $\frac{a^{4,42} \cdot a^{1,96}}{a^{4,38}}$ при $a = 16$.

2.35.1. (прототип 26827) Найдите значение выражения $\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$ при $a = \frac{2}{7}$

2.35.2. (67413) Найдите значение выражения $\frac{a^{4,73}}{a^{2,12} \cdot a^{2,61}}$ при $a = \frac{5}{8}$.

2.35.3. (67453) Найдите значение выражения $\frac{a^{5,99}}{a^{2,69} \cdot a^{3,3}}$ при $a = \frac{7}{11}$.

2.36.1. (прототип 26901) Найдите значение выражения: $\frac{x^{-5} \cdot x^7}{x^0}$ при $x = 4$.

2.36.2. (16625) Найдите значение выражения: $\frac{x^9 \cdot x^5}{x^{10}}$ при $x = 3$.

2.36.3. (16627) Найдите значение выражения: $\frac{x^{-13} \cdot x^5}{x^{-10}}$ при $x = 8$.

2.37.1. (прототип 77393) Найдите значение выражения $b^5 : b^9 \cdot b^6$ при $b = 0,01$.

2.37.2. (88379) Найдите значение выражения $b^3 : b^2 \cdot b^5$ при $b = 4$.

2.37.3. (88383) Найдите значение выражения $b^4 : b^9 \cdot b^7$ при $b = 0,4$.

2.38.1. (прототип 77399) Найдите значение выражения $(2a^3)^4 : (2a^{11})$ при $a = 11$.

2.38.2. (91545) Найдите значение выражения $(2a^2)^5 : (2a^{11})$ при $a = 10$.

2.38.3. (91153) Найдите значение выражения $(7a^6)^2 : (7a^{13})$ при $a = 5$.

2.39.1. (прототип 77395) Найдите значение выражения $(4b)^3 : b^9 \cdot b^5$ при $b = 128$.

2.39.2. (89479) Найдите значение выражения $(8b)^2 : b^9 \cdot b^7$ при $b = 64$.

2.39.3. (89483) Найдите значение выражения $(9b)^3 : b^7 \cdot b^3$ при $b = 81$.

2.40.1. (прототип 77400) Найдите значение выражения $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2$ при $b = 7$.

2.40.2. (92055) Найдите значение выражения $b^{\frac{5}{9}} \cdot \left(b^{\frac{2}{9}}\right)^2$ при $b = 6$.

2.40.3. (92045) Найдите значение выражения $b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{2}{5}}\right)^2$ при $b = 2$.

2.41.1. (прототип 26841) Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}}$ при $n = 64$.

2.41.2. (68199) Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{3}{4}}}{n^{\frac{1}{5}} \cdot n^{\frac{1}{20}}}$ при $n = 121$.

2.41.3. (68247) Найдите значение выражения $\frac{n^{\frac{7}{12}}}{n^{\frac{1}{5}} \cdot n^{\frac{1}{20}}}$ при $n = 216$.

2.42.1. (прототип 77396) Найдите значение выражения $x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x}$ при $x = 5$.

2.42.2. (89485) Найдите значение выражения $x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$ при $x = 0,1$.

2.42.3. (89969) Найдите значение выражения $x \cdot 4^{-4x-1} \cdot 16^{2x}$ при $x = 0,5$.

2.43.1. (прототип 77397) Найдите значение выражения $6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4$ при $x = 75$.

2.43.2. (90479) Найдите значение выражения $3x \cdot (2x^{12})^2 : (2x^6)^4$ при $x = 100$.

2.43.3. (90483) Найдите значение выражения $4x \cdot (2x^{14})^5 : (2x^{10})^7$ при $x = 90$.

2.44.1. (прототип 77402) Найдите значение выражения $7^{2x-1} : 49^x : x$ при $x = \frac{1}{14}$.

2.44.2. (92557) Найдите значение выражения $5^{3x+1} : 125^x : x$ при $x = \frac{1}{13}$.

2.44.3. (93055) Найдите значение выражения $4^{3x+2} : 64^x : x$ при $x = \frac{1}{7}$.

2.45.1. (прототип 26817) Найдите значение выражения $(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6)$ при $b = 2$.

2.45.2. (66881) Найдите значение выражения $(17a^6 \cdot b^2 - (9a^3b)^2) : (8a^6b^3)$ при $b = 4$.

2.45.3. (66915) Найдите значение выражения $(17a^{12} \cdot b^4 - (4a^3b)^4) : (10a^{12}b^4)$ при $b = 3$.

3. Действия с арифметическими корнями

1. Если $a \geq 0$ и $n \in N, n \neq 1$, то **арифметический корень** $\sqrt[n]{a} = b$ - есть такое число $b \geq 0$, что $b^n = a$.
2. Если $a < 0$, то **корень нечетной степени** $\sqrt[n]{a} = b$ - есть такое число $b < 0$, что $b^n = a$.

Следствия из определения корня

1. $(\sqrt[n]{a})^n = a$
2. $\sqrt{a^2} = |a|$
3. $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$
4. $\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a$
5. $\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a}$

Свойства арифметических корней

1. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
2. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
3. $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$
4. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$
5. $\sqrt[nk]{a^{nm}} = \sqrt[k]{a^m}$

Числовые выражения

3.1.1. (прототип 26735) Найдите значение выражения: $\sqrt{65^2 - 56^2}$.

3.1.2. (16789) Найдите значение выражения: $\sqrt{548^2 - 420^2}$.

3.1.3. (16791) Найдите значение выражения: $\sqrt{610^2 - 448^2}$.

3.2.1. (прототип 316351) Найдите значение выражения $(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}$.

3.2.2. (316353) Найдите значение выражения $(\sqrt{98} - \sqrt{8}) \cdot \sqrt{8}$.

3.2.3. (316551) Найдите значение выражения $(\sqrt{11} - \sqrt{99}) \cdot \sqrt{11}$.

3.3.1. (прототип 26737) Найдите значение выражения $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$.

3.3.2. (61525) Найдите значение выражения $(\sqrt{10} - \sqrt{17})(\sqrt{10} + \sqrt{17})$.

3.3.3. (61691) Найдите значение выражения $(\sqrt{6} - \sqrt{12})(\sqrt{6} + \sqrt{12})$.

3.4.1. (прототип 26750) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$.

3.4.2. (62583) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{14})^2}{10 + \sqrt{84}}$.

3.4.3. (62641) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{13})^2}{9 + \sqrt{65}}$.

3.5.1. (прототип 26750) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}}$.

3.5.2. (26751) Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{8 - \sqrt{15}}$.

3.5.3. (62583) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{6} + \sqrt{14})^2}{10 + \sqrt{84}}$.

3.6.1. (прототип 26743) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$.

3.6.2. (62189) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1,8} \cdot \sqrt{1,5}}{\sqrt{0,3}}$.

3.6.3. (62191) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{5,6} \cdot \sqrt{2,1}}{\sqrt{0,24}}$.

3.7.1. (прототип 26746) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}}$.

3.7.2. (62345) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{21}}$.

3.7.3. (62381) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[4]{54}}{\sqrt[4]{2}}$.

3.8.1. (прототип 26744) Найдите значение выражения $\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$.

3.8.2. (62205) Найдите значение выражения $\left(\sqrt{2\frac{2}{5}} - \sqrt{5\frac{2}{5}}\right) : \sqrt{\frac{3}{20}}$.

3.8.3. (62251) Найдите значение выражения $\left(\sqrt{2\frac{4}{7}} - \sqrt{7\frac{1}{7}}\right) : \sqrt{\frac{2}{63}}$.

3.9.1. (прототип 26899) Найдите значение выражения: $3^{\sqrt{5+10}} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$.

3.9.2. (15625) Найдите значение выражения: $9^{\sqrt{11+6}} \cdot 9^{-1-\sqrt{11}}$.

3.9.3. (16115) Найдите значение выражения: $4^{\sqrt{7+8}} \cdot 4^{-4-\sqrt{7}}$.

3.10.1. (прототип 77406) Найдите значение выражения $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$.

3.10.2. (94365) Найдите значение выражения $6^{\sqrt{8+3}} \cdot 6^{4+\sqrt{8}} : 6^{2\sqrt{8}+6}$.

3.10.3. (94367) Найдите значение выражения $7^{4\sqrt{3}+2} \cdot 7^{1-3\sqrt{3}} : 7^{\sqrt{3}+1}$.

3.11.1. (прототип 77408) Найдите значение выражения $\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}}$.

3.11.2. (95365) Найдите значение выражения $\frac{0,1^{\sqrt{2}+1}}{10^{-\sqrt{2}}}$.

3.11.3. (95367) Найдите значение выражения $\frac{0,8^{\sqrt{11}+1}}{1,25^{-\sqrt{11}}}$.

3.12.1. (прототип 77410) Найдите значение выражения $\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}}$.

3.12.2. (96365) Найдите значение выражения $\frac{7^{\sqrt{6}} \cdot 5^{\sqrt{6}}}{35^{\sqrt{6}-2}}$.

3.12.3. (96369) Найдите значение выражения $\frac{6^{\sqrt{6}} \cdot 5^{\sqrt{6}}}{30^{\sqrt{6}-2}}$.

3.13.1. (прототип 77407) Найдите значение выражения $2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}}$.

3.13.2. (94393) Найдите значение выражения $25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-4-4\sqrt{8}}$.

3.13.3. (94877) Найдите значение выражения $3^{2\sqrt{6}+2} \cdot 9^{1-\sqrt{6}}$.

3.14.1. (прототип 26736) Найдите значение выражения $\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}$.

3.14.2. (61499) Найдите значение выражения $\frac{(7\sqrt{3})^2}{5}$.

3.14.3. (61511) Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{9}$.

3.15.1. (прототип 26747) Найдите значение выражения $\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2$.

3.15.2. (62391) Найдите значение выражения $\left(\frac{5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{5}}\right)^2$.

3.15.3. (62421) Найдите значение выражения $\left(\frac{7^{\frac{1}{6}} \cdot 7^{\frac{1}{9}}}{\sqrt[18]{7}}\right)^9$.

3.16.1. (прототип 26749) Найдите значение выражения $0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}}$.

3.16.2. (62505) Найдите значение выражения $0,12^{\frac{1}{9}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \cdot 15^{\frac{8}{9}}$.

3.16.3. (62571) Найдите значение выражения $1,5^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} \cdot 6^{\frac{2}{3}}$.

3.17.1. (прототип 26752) Найдите значение выражения $5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9}$.

3.17.2. (62649) Найдите значение выражения $9 \cdot \sqrt[6]{243} \cdot \sqrt[30]{243}$.

3.17.3. (62761) Найдите значение выражения $6 \cdot \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[12]{125}$.

3.18.1. (прототип 77405) Найдите значение выражения $\sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49}$.

3.18.2. (93875) Найдите значение выражения $\sqrt[9]{343} \cdot \sqrt[3]{49}$.

3.18.3. (93877) Найдите значение выражения $\sqrt[6]{729} \cdot \sqrt[4]{81}$.

3.19.1. (прототип 26745) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$.

3.19.2. (62259) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[20]{10} \cdot \sqrt[5]{10}}{\sqrt[4]{10}}$.

3.19.3. (62311) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[48]{3} \cdot \sqrt[16]{3}}{\sqrt[12]{3}}$.

Выражения с переменными

3.20.1. (прототип 26834) Найдите значение выражения $\frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}}$ при $a > 0$.

3.20.2. (67885) Найдите значение выражения $\frac{(4a)^{4,5}}{a^4 \sqrt{a}}$ при $a > 0$.

3.20.3. (67891) Найдите значение выражения $\frac{(196a)^{1,5}}{a \sqrt{a}}$ при $a > 0$.

3.21.1. (прототип 26835) Найдите значение выражения

$$\frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} \text{ при } b > 0.$$

3.21.2. (67897) Найдите значение выражения

$$\frac{(4b)^{2,5} \cdot b^{0,8}}{b^{3,3}} \text{ при } b > 0.$$

3.21.3. (67921) Найдите значение выражения

$$\frac{(9b)^{4,5} \cdot b^{0,9}}{b^{5,4}} \text{ при } b > 0.$$

3.22.1. (прототип 26836) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{3}a)^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}}$ при $a > 0$.

3.22.2. (67939) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{5}a)^{12} \cdot \sqrt[10]{a^6}}{a^{12,6}}$ при $a > 0$.

3.22.3. (67991) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{7}a)^{10} \cdot \sqrt{a^6}}{a^{13}}$ при $a > 0$.

3.23.1. (прототип 26832) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4}$ при $a \neq 0$.

3.23.2. (67739) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[5]{13a^2})^{10}}{a^4}$ при $a \neq 0$.

3.23.3. (67791) Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt[6]{6a^2})^{18}}{a^6}$ при $a \neq 0$.

3.24.1. (прототип 26825) Найдите значение выражения $\frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m > 0$.

3.24.2. (67285) Найдите значение выражения $\frac{16 \cdot \sqrt[54]{m} \cdot \sqrt[27]{m}}{\sqrt[18]{m}}$ при $m > 0$.

3.24.3. (67293) Найдите значение выражения $\frac{23 \cdot \sqrt[12]{m} \cdot \sqrt[4]{m}}{\sqrt[3]{m}}$ при $m > 0$.

3.25.1. (прототип 26833) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} \text{ при } b > 0$$

3.25.2. (67813) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{100\sqrt[9]{b}}}{\sqrt[18]{b}}$ при $b > 0$.

3.25.3. (67841) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{9\sqrt[10]{b}}}{\sqrt[20]{b}}$ при $b > 0$.

3.26.1. (прототип 26837) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt[16]{\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$

3.26.2. (67997) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{\sqrt{m}}}{\sqrt[25]{\sqrt[5]{m}}}$ при $m > 0$.

3.26.3. (68041) Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[8]{\sqrt{m}}}{\sqrt[100]{\sqrt[8]{m}}}$ при $m > 0$.

3.27.1. (прототип 26838) Найдите значение выражения $\frac{15 \sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7 \sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2 \sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}}$ при $a > 0$

3.27.2. (68045) Найдите значение выражения $\frac{12 \sqrt[6]{\sqrt[2]{a}} - 4 \sqrt[7]{\sqrt[18]{a}}}{4 \sqrt[3]{\sqrt[42]{a}}}$ при $a > 0$.

3.27.3. (68091) Найдите значение выражения

$$\frac{9\sqrt[7]{\sqrt[15]{a}} - 6\sqrt[3]{\sqrt[35]{a}}}{6\sqrt[5]{\sqrt[2]{a}}} \text{ при } a > 0.$$

3.28.1. (прототип 77409) Найдите значение выражения

$$\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3} \text{ при } b = 6.$$

3.28.2. (95865) Найдите значение выражения

$$\frac{b^{9\sqrt{7}-1}}{(b^{\sqrt{7}})^9} \text{ при } b = 4.$$

3.28.3. (95867) Найдите значение выражения

$$\frac{b^{11\sqrt{13}+1}}{(b^{\sqrt{13}})^{11}} \text{ при } b = 7.$$

3.29.1. (прототип 77411) Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4} \text{ при } b = 5.$$

3.29.2. (96865) Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{10}})^{2\sqrt{10}}}{b^{17}} \text{ при } b = 2.$$

3.29.3. (96869) Найдите значение выражения

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{7\sqrt{3}}}{b^{18}} \text{ при } b = 0,5.$$

3.30.1. (прототип 26842) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}} \text{ при } m = 64.$$

3.30.2. (68257) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[4]{m} \cdot \sqrt[12]{m}} \text{ при } m = 4096.$$

3.30.3. (68313) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[42]{m} \cdot \sqrt[7]{m}} \text{ при } m = 125.$$

3.31.1. (прототип 77404) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}} \text{ при } a = 1,25.$$

3.31.2. (93705) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a}}{a \cdot \sqrt[30]{a}} \text{ при } a = 0,25.$$

3.31.3. (93707) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[10]{a} \cdot \sqrt[15]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}} \text{ при } a = 1,25.$$

3.32.1. (прототип 26824) Найдите значение выражения

$$\frac{5\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0$$

3.32.2. (67239) Найдите значение выражения

$$\frac{10\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0.$$

3.32.3. (67247) Найдите значение выражения

$$\frac{4\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} \text{ при } x > 0.$$

3.33.1. (прототип 77388) Найдите значение выражения

$$\frac{7\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$$

при $x = 3$.

3.33.2. (85499) Найдите значение выражения

$$\frac{4\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}} - \frac{3\sqrt{x}}{x} - 3x + 2 \text{ при } x = -1.$$

3.33.3. (85981) Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}} + \frac{4\sqrt{x}}{x} + x - 2 \text{ при } x = 2.$$

3.34.1. (прототип 26829) Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} \text{ при } x \leq 2.$$

3.34.2. (67563) Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 + 32x + 256} \text{ при } x \leq -16.$$

3.34.3. (67591) Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 - 40x + 400} \text{ при } x \leq 20.$$

3.35.1. (прототип 26830) Найдите значение выражения

$$\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2} \text{ при } 6 \leq a \leq 10.$$

3.35.2. (67623) Найдите значение выражения

$$\sqrt{(a-1)^2} + \sqrt{(a-5)^2} \text{ при } 1 \leq a \leq 5.$$

3.35.3. (67647) Найдите значение выражения $\sqrt{(a-3)^2} + \sqrt{(a-11)^2}$ при $3 \leq a \leq 11$.

3.36.0. Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(t) = \sqrt[3]{t} + \sqrt[3]{t-10}$.

3.36.1. (прототип 26840) Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}$.

3.36.2. (68181) Найдите $h(6+x) + h(6-x)$, если $h(x) = \sqrt[9]{x} + \sqrt[9]{x-12}$.

3.36.3. (68183) Найдите $h(3+x) + h(3-x)$, если $h(x) = \sqrt[7]{x} + \sqrt[7]{x-6}$.

3.37.0. Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если

$$g(t) = \sqrt[3]{t(4-t)} \text{ при } |t| \neq 2.$$

3.37.1. (прототип 26839) Найдите $\frac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

3.37.2. (68131) Найдите $\frac{g(8-x)}{g(8+x)}$, если $g(x) = \sqrt[7]{x(16-x)}$ при $|x| \neq 8$.

3.37.3. (68141) Найдите $\frac{g(3-x)}{g(3+x)}$, если $g(x) = \sqrt[11]{x(6-x)}$ при $|x| \neq 3$.

4. Действия с логарифмами

Логарифмом положительного числа b по основанию a ($a > 0, a \neq 1$) называется такой показатель c степени, в которую надо возвести число a , чтобы получить число b

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b.$$

Свойства логарифмов

1. Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a 1 = 0$$

4. Логарифм произведения:

$$\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$$

5. Логарифм частного:

$$\log_a \left(\frac{b_1}{b_2} \right) = \log_a b_1 - \log_a b_2$$

6. Логарифм и степени:

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

7. Формула перехода к другому основанию и её следствия:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$$

$$\log_a b \cdot \log_c d = \log_a d \cdot \log_c b$$

Числовые выражения

4.1.1. (68541) Найдите значение выражения $\log_4 16$.

4.1.2. (68543) Найдите значение выражения $\log_2 32$.

4.1.3. (68547) Найдите значение выражения $\log_5 625$.

4.2.1. (прототип 26843) Найдите значение выражения $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$.

4.2.2. (68341) Найдите значение выражения $(\log_3 243) \cdot (\log_8 512)$.

4.2.3. (68343) Найдите значение выражения $(\log_9 81) \cdot (\log_2 64)$.

4.3.1. (прототип 26846) Найдите значение выражения $\log_{0,25} 2$.

4.3.2. (68473) Найдите значение выражения $\log_{0,2} 125$.

4.3.3. (68491) Найдите значение выражения $\log_{0,05} 8000$.

4.4.1. (прототип 26847) Найдите значение выражения $\log_4 8$.

4.4.2. (68515) Найдите значение выражения $\log_{25} 0,2$.

4.4.3. (68551) Найдите значение выражения $\log_4 0,5$.

4.5.1. (прототип 26849) Найдите значение выражения $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$.

4.5.2. (68555) Найдите значение выражения $\log_{25} 3125 + \log_{0,04} 0,008$.

4.5.3. (68591) Найдите значение выражения $\log_4 8 + \log_{0,25} 0,125$.

4.6.1. (прототип 26889) Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$.

4.6.2. (4397) Найдите значение выражения $\log_{16} \log_6 36$.

4.6.3. (69599) Найдите значение выражения $\log_3 \log_7 343$.

4.7.1. (прототип 26857) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[3]{13}} 13$.

4.7.2. (69091) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[3]{3}} 3$.

4.7.3. (69093) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[3]{14}} 14$.

4.8.1. (прототип 26893) Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$.

4.8.2. (4473) Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}$.

4.8.3. (69701) Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{11}} \sqrt{11}$.

4.9.1. (прототип 26856) Найдите значение выражения $6 \log_7 \sqrt[3]{7}$.

4.9.2. (4385) Найдите значение выражения $104 \log_3 \sqrt[8]{3}$.

4.9.3. (4387) Найдите значение выражения $75 \log_{11} \sqrt[5]{11}$.

4.10.1. (прототип 26862) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{7}}^2 49$.

4.10.2. (69263) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{11}}^2 121$.

4.10.3. (69333) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{12}}^2 1728$.

4.11.1. (прототип 26844) Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$.

4.11.2. (4435) Найдите значение выражения $6 \cdot 7^{\log_7 2}$.

4.11.3. (4437) Найдите значение выражения $9 \cdot 10^{\log_{10} 3}$.

4.12.1. (прототип 26892) Найдите значение выражения $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$.

4.12.2. (4455) Найдите значение выражения $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$.

4.12.3. (69665) Найдите значение выражения $\frac{60}{4^{\log_4 10}}$.

4.13.1. (прототип 26882) Найдите значение выражения $5^{3+\log_5 2}$.

4.13.2. (69341) Найдите значение выражения $2^{3+\log_2 15}$.

4.13.3. (69391) Найдите значение выражения $6^{2+\log_6 8}$.

4.14.1. (прототип 26883) Найдите значение выражения $8^{2\log_8 3}$.

4.14.2. (69393) Найдите значение выражения $6^{2\log_6 14}$.

4.14.3. (69443) Найдите значение выражения $9^{2\log_9 6}$.

4.15.1. (прототип 26845) Найдите значение выражения $36^{\log_6 5}$.

4.15.2. (4329) Найдите значение выражения $9^{\log_3 4}$.

4.15.3. (4331) Найдите значение выражения $16^{\log_4 7}$.

4.16.1. (прототип 26885) Найдите значение выражения $64^{\log_8 \sqrt{3}}$.

4.16.2. (4347) Найдите значение выражения $25^{\log_5 \sqrt{6}}$.

4.16.3. (69543) Найдите значение выражения $4^{\log_2 \sqrt{10}}$.

4.17.1. (прототип 26861) Найдите значение выражения $5^{\log_{25} 49}$.

4.17.2. (4505) Найдите значение выражения $3^{\log_9 16}$.

4.17.3. (4509) Найдите значение выражения $4^{\log_{16} 81}$.

4.18.1. (прототип 77418) Вычислите значение выражения: $(3^{\log_2 3})^{\log_3 2}$.

4.18.2. (99555) Вычислите значение выражения: $(3^{\log_3 5})^{\log_5 7}$.

4.18.3. (99559) Вычислите значение выражения: $(2^{\log_7 5})^{\log_2 7}$.

4.19.1. (прототип 26894) Найдите значение выражения $\log_3 8,1 + \log_3 10$.

4.19.2. (4491) Найдите значение выражения $\log_{11} 24,2 + \log_{11} 5$.

4.19.3. (697650) Найдите значение выражения $\log_2 12,8 + \log_2 10$.

4.20.1. (прототип 26848) Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$.

4.20.2. (4415) Найдите значение выражения $\log_6 270 - \log_6 7,5$.

4.20.3. (4433) Найдите значение выражения $\log_8 80 - \log_8 1,25$.

4.21.1. (прототип 26850) Найдите значение выражения $\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3$.

4.21.2. (68599) Найдите значение выражения $\log_{0,6} 5 - \log_{0,6} 3$.

4.21.3. (68663) Найдите значение выражения $\log_{0,55} 20 - \log_{0,55} 11$.

4.22.1. (прототип 26854) Найдите значение выражения $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$.

4.22.2. (68823) Найдите значение выражения $\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$.

4.22.3. (68897) Найдите значение выражения $\frac{4^{\log_{14} 588}}{4^{\log_{14} 3}}$.

4.23.1. (прототип 26851) Найдите значение выражения $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$.

4.23.2. (68691) Найдите значение выражения $\frac{\log_2 144}{\log_2 12}$.

4.23.3. (68693) Найдите значение выражения $\frac{\log_5 64}{\log_5 4}$.

4.24.1. (прототип 26896) Найдите значение выражения $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$.

4.24.2. (4525) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_2 \sqrt[5]{27}}{\log_2 27}.$$

4.24.3. (69939) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_8 \sqrt[25]{5}}{\log_8 5}.$$

4.25.1. (прототип 26858) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}.$$

4.25.2. (69105) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5}.$$

4.25.3. (69141) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_7 98}{2 + \log_7 2}.$$

4.26.1. (прототип 26859) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2.$$

4.26.2. (69157) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0,05.$$

4.26.3. (69205) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_9 10}{\log_9 11} + \log_{11} 0,1.$$

4.27.1. (прототип 26852) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13}.$$

4.27.2. (4351) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8}.$$

4.27.3. (68821) Найдите значение выражения

$$\frac{\log_3 7}{\log_{27} 7}.$$

4.28.1. (прототип 26853) Найдите значение выражения $\log_5 9 \cdot \log_3 25$.

4.28.2. (4377) Найдите значение выражения $\log_2 5 \cdot \log_5 8$.

4.28.3. (4383) Найдите значение выражения $\log_7 9 \cdot \log_9 49$.

4.29.1. (прототип 26860) Найдите значение выражения $\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$.

4.29.2. (69213) Найдите значение выражения $\log_{0,4} 6 \cdot \log_6 2,5$.

4.29.3. (69245) Найдите значение выражения $\log_{0,5} 6 \cdot \log_6 2$.

4.30.1. (99535) Вычислите значение выражения: $(2^{\log_5 3})^{\log_3 5}$.

4.30.2. (99539) Вычислите значение выражения: $(3^{\log_2 7})^{\log_7 2}$.

4.30.3. (99557) Вычислите значение выражения: $(5^{\log_3 7})^{\log_7 3}$.

4.31.1. (прототип 26855) Найдите значение выражения $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$.

4.31.2. (68945) Найдите значение выражения $(1 - \log_6 54)(1 - \log_9 54)$.

4.31.3. (68955) Найдите значение выражения $(1 - \log_8 72)(1 - \log_9 72)$.

Выражения с переменными

4.32.1. (прототип 77417) Найдите $\log_a (a^2 b^3)$, если $\log_a b = -2$.

4.32.2. (99467) Найдите $\log_a (ab^{10})$, если $\log_a b = 7$.

4.32.3. (99455) Найдите $\log_a (a^6 b^5)$, если $\log_a b = -6$.

4.33.1. (прототип 77416) Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b = 5$.

4.33.2. (98965) Найдите $\log_a \frac{a^9}{b^2}$, если $\log_a b = 12$.

4.33.3. (98967) Найдите $\log_a \frac{a^7}{b^3}$, если $\log_a b = 10$.

4.34.1. (прототип 77415) Найдите значение выражения $\log_a (ab^3)$, если

$$\log_b a = \frac{1}{7}.$$

4.34.2. (98465) Найдите значение выражения $\log_a (a^7 b^{10})$, если $\log_b a = \frac{10}{13}$.

4.34.3. (98455) Найдите значение выражения $\log_a (a^3 b^{10})$, если $\log_b a = \frac{5}{14}$.

5. Преобразование тригонометрических выражений

Значения функций для основных углов

Градусы	Рadianны	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
0°	0	0	1	0	–
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	–	0
180°	π	0	–1	0	–
270°	$\frac{3\pi}{2}$	–1	0	–	0
360°	2π	0	1	0	–

Четность, нечетность функций

$$\left. \begin{array}{l} y = \sin x \\ y = \operatorname{tg} x \\ y = \operatorname{ctg} x \end{array} \right\} \text{ - нечетные функции}$$

$y = \cos x$ - четная функция

$$\begin{aligned} \sin(-x) &= -\sin x; & \operatorname{tg}(-x) &= -\operatorname{tg} x; \\ \operatorname{ctg}(-x) &= -\operatorname{ctg} x; & \cos(-x) &= \cos x. \end{aligned}$$

Периодичность функций

- Периоды функций $y = \sin x$ и $y = \cos x$:
 $\dots, -6\pi, -4\pi, -2\pi, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$
 $\sin(x + 2\pi n) = \sin x, n \in Z$
 $\cos(x + 2\pi n) = \cos x, n \in Z$

Основной период (наименьший положительный период): 2π .

- Периоды функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$:
 $\dots, -3\pi, -2\pi, -\pi, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$
 $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x, n \in Z$
 $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x, n \in Z$

Основной период: π .

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 x &= 1 - \cos^2 x & \cos^2 x &= 1 - \sin^2 x \\ \cos^2 x &= (1 - \sin x)(1 + \sin x) \\ \sin^2 x &= (1 - \cos x)(1 + \cos x) \\ \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha &= \sin \alpha & \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha &= \cos \alpha \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} & \operatorname{ctg} \alpha &= \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \end{aligned}$$

Формулы приведения

Для удобства считают, что α – острый угол и используют следующее правило:

1) определяют, в какой четверти находится аргумент (заканчивается угол);

2) определяют знак исходной функции в рассматриваемой четверти;

3) если дан аргумент вида $\pi \pm \alpha$ или $2\pi \pm \alpha$, то оставляют название исходной функции;

если дан аргумент вида $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ или

$\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то меняют название на «кофункцию».

Формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

Формулы половинного аргумента

(понижение степени)

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$$

$$\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$$

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Числовые выражения

5.1.1. (прототип 26758) Найдите значение выражения $16\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{4}$.

5.1.2. (63265) Найдите значение выражения $40\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{6}$.

5.1.3. (63273) Найдите значение выражения $6\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \sin \frac{\pi}{3}$.

5.2.1. (прототип 26764) Найдите значение выражения $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

5.2.2. (63677) Найдите значение выражения $35\sqrt{6} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

5.2.3. (63707) Найдите значение выражения $27\sqrt{3} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

5.3.1. (прототип 77414) Найдите значение выражения: $12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$.

5.3.2. (97955) Найдите значение выражения: $22 \sin 45^\circ \cdot \cos 135^\circ$.

5.3.3. (97885) Найдите значение выражения: $8 \sin 60^\circ \cdot \cos 150^\circ$.

5.4.1. (прототип 26759) Найдите значение выражения $4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3}$

5.4.2. (63311) Найдите значение выражения $20\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos \frac{7\pi}{6}$.

5.4.3. (63323) Найдите значение выражения $14\sqrt{6} \cos \frac{\pi}{6} \cdot \cos \frac{3\pi}{4}$.

5.5.1. (прототип 26763) Найдите значение выражения $-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$.

5.5.2. (63613) Найдите значение выражения $37\sqrt{2} \sin(-1035^\circ)$.

5.5.3. (63651) Найдите значение выражения $-4\sqrt{3} \sin(-780^\circ)$.

5.6.1. (прототип 26761) Найдите значение выражения $-4\sqrt{3}\cos(-750^\circ)$.

5.6.2. (63465) Найдите значение выражения $16\sqrt{2}\cos(585^\circ)$.

5.6.3. (63505) Найдите значение выражения $32\sqrt{3}\cos(-510^\circ)$.

5.7.1. (прототип 26762) Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ)$.

5.7.2. (63525) Найдите значение выражения $-17\sqrt{3}\operatorname{tg}(1050^\circ)$.

5.7.3. (63587) Найдите значение выражения $44\sqrt{3}\operatorname{tg}(-480^\circ)$.

5.8.1. (прототип 26760) Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin\left(-\frac{27\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{31\pi}{4}\right)}$.

5.8.2. (63451) Найдите значение выражения $\frac{29}{\sin\left(-\frac{35\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{26\pi}{3}\right)}$.

5.8.3. (63455) Найдите значение выражения $\frac{41}{\sin\left(-\frac{31\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{21\pi}{4}\right)}$.

5.9.1. (прототип 26757) Найдите значение выражения $\frac{5\cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$.

5.9.2. (63141) Найдите значение выражения $\frac{40\cos 3^\circ}{\sin 87^\circ}$.

5.9.3. (63229) Найдите значение выражения $\frac{33\cos 63^\circ}{\sin 27^\circ}$.

5.10.1. (прототип 26765) Найдите значение выражения $\frac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$.

5.10.2. (63709) Найдите значение выражения $\frac{2\sin 28^\circ}{\sin 332^\circ}$.

5.10.3. (63763) Найдите значение выражения $\frac{34\sin 100^\circ}{\sin 260^\circ}$.

5.11.1. (прототип 26766) Найдите значение выражения $\frac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$.

5.11.2. (63767) Найдите значение выражения $\frac{-4\cos 26^\circ}{\cos 154^\circ}$.

5.11.3. (63819) Найдите значение выражения $\frac{38\cos 153^\circ}{\cos 27^\circ}$.

5.12.1. (прототип 26769) Найдите значение выражения $\frac{14\sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$.

5.12.2. (63877) Найдите значение выражения $\frac{-42\sin 413^\circ}{\sin 53^\circ}$.

5.12.3. (63929) Найдите значение выражения $\frac{-20\sin 373^\circ}{\sin 13^\circ}$.

5.13.1. (прототип 26767) Найдите значение выражения $\frac{5\operatorname{tg}163^\circ}{\operatorname{tg}17^\circ}$.

5.13.2. (63821) Найдите значение выражения $\frac{23\operatorname{tg}59^\circ}{\operatorname{tg}121^\circ}$.

5.13.3. (63875) Найдите значение выражения $\frac{-22\operatorname{tg}148^\circ}{\operatorname{tg}32^\circ}$.

5.14.1. (прототип 26770) Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}17^\circ \cdot \operatorname{tg}107^\circ$.

5.14.2. (63931) Найдите значение выражения $-19\operatorname{tg}101^\circ \cdot \operatorname{tg}191^\circ$.

5.14.3. (63985) Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}154^\circ \cdot \operatorname{tg}244^\circ$.

5.15.1. (прототип 26771) Найдите значение выражения $7\operatorname{tg}13^\circ \cdot \operatorname{tg}77^\circ$.

5.15.2. (64034) Найдите значение выражения $-24\operatorname{tg}22^\circ \cdot \operatorname{tg}68^\circ$.

5.15.3. (64041) Найдите значение выражения $59\operatorname{tg}56^\circ \cdot \operatorname{tg}34^\circ$.

5.16.1. (прототип 26772) Найдите значение выражения

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$$

5.16.2. (64043) Найдите значение выражения $\frac{-12}{\sin^2 131^\circ + \sin^2 221^\circ}$.

5.16.3. (64097) Найдите значение выражения $\frac{37}{\sin^2 173^\circ + \sin^2 263^\circ}$.

5.17.1. (прототип 26773) Найдите значение выражения $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$.

5.17.2. (64099) Найдите значение выражения $\frac{-24}{\cos^2 127^\circ + \cos^2 217^\circ}$.

5.17.3. (64151) Найдите значение выражения $\frac{9}{\cos^2 134^\circ + \cos^2 224^\circ}$.

5.18.1. (прототип 26774) Найдите значение выражения

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$$

5.18.2. (64155) Найдите значение выражения $\frac{-9}{\sin^2 18^\circ + \cos^2 198^\circ}$.

5.18.3. (64207) Найдите значение выражения $\frac{-20}{\sin^2 43^\circ + \cos^2 223^\circ}$.

5.19.1. (прототип 26755) Найдите значение выражения: $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.

5.19.2. (17785) Найдите значение выражения: $\frac{2 \sin 6^\circ \cdot \cos 6^\circ}{\sin 12^\circ}$.

5.19.3. (17289) Найдите значение выражения: $\frac{36 \sin 102^\circ \cdot \cos 102^\circ}{\sin 204^\circ}$.

5.20.1. (прототип 245169) Найдите значение выражения $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$.

5.20.2. (282447) Найдите значение выражения $\sin \frac{23\pi}{12} \cdot \cos \frac{23\pi}{12}$.

5.20.3. (282525) Найдите значение выражения $2\sqrt{2} \sin \frac{13\pi}{8} \cdot \cos \frac{13\pi}{8}$.

5.21.1. (прототип 77413) Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$.

5.21.2. (97865) Найдите значение выражения $\frac{16 \sin 40^\circ}{\cos 20^\circ \cdot \cos 70^\circ}$.

5.21.3. (97867) Найдите значение выражения $\frac{-4 \sin 122^\circ}{\cos 61^\circ \cdot \cos 29^\circ}$.

5.22.1. (прототип 77412) Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$.

5.22.2. (97335) Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 34^\circ}{\sin 17^\circ \cdot \sin 73^\circ}$.

5.22.3. (97337) Найдите значение выражения $\frac{8 \sin 150^\circ}{\sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ}$.

5.23.1. (прототип 245170) Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

5.23.2. (282527) Найдите значение выражения $\sqrt{32} \cos^2 \frac{3\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

5.23.3. (282603) Найдите значение выражения $\sqrt{8} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{15\pi}{8}$.

5.24.1. (прототип 26756) Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$.

5.24.2. (63129) Найдите значение выражения $\frac{23(\sin^2 25^\circ - \cos^2 25^\circ)}{\cos 50^\circ}$.

5.24.3. (63131) Найдите значение выражения $\frac{31(\sin^2 73^\circ - \cos^2 73^\circ)}{\cos 146^\circ}$.

5.25.1. (прототип 245171) Найдите значение выражения $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$.

5.25.2. (282607) Найдите значение выражения $\sqrt{108} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - \sqrt{27}$.

5.25.3. (282685) Найдите значение выражения $\sqrt{72} \cos^2 \frac{15\pi}{8} - \sqrt{18}$.

5.26.1. (прототип 245172) Найдите значение выражения $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

5.26.2. (282687) Найдите значение выражения $\sqrt{32} - \sqrt{128} \sin^2 \frac{3\pi}{8}$.

5.26.3. (282763) Найдите значение выражения $\sqrt{2} - \sqrt{8} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$.

Выражения с переменными

5.27.1. (прототип 26781) Найдите значение выражения

$$\frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\cos(\beta + 3\pi)}.$$

5.27.2. (64555) Найдите значение выражения

$$\frac{2 \cos(-3\pi - \beta) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{3 \cos(\beta + \pi)}.$$

5.27.3. (64609) Найдите значение выражения

$$\frac{\cos(2\pi - \beta) - 3 \sin\left(-\frac{3\pi}{2} + \beta\right)}{2 \cos(\beta - 3\pi)}.$$

5.28.1. (прототип 26782) Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\alpha + \pi)}.$$

5.28.2. (64625) Найдите значение выражения

$$\frac{2 \sin(\alpha - 3\pi) - \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{5 \sin(\alpha - \pi)}.$$

5.28.3. (64691) Найдите значение выражения

$$\frac{3 \sin(\alpha + 2\pi) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{2 \sin(\alpha + 3\pi)}.$$

5.29.1. (прототип 26778) Найдите $5 \sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

5.29.2. (64387) Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{51}}{10}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.29.3. (64411) Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

5.30.1. (прототип 26777) Найдите $3\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

5.30.2. (64347) Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{3\sqrt{11}}{10}$ и $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$.

5.30.3. (64381) Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ и $\alpha \in (0; 0,5\pi)$.

5.31.1. (прототип 26775) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

5.31.2. (64231) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.31.3. (64271) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{10}{\sqrt{101}}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

5.32.1. (прототип 26776) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{5}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

5.32.2. (64285) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

5.32.3. (64341) Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$.

5.33.1. (прототип 26784) Найдите $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\sin\alpha = 0,8$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

5.33.2. (64777) Найдите $3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin\alpha = -0,28$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.33.3. (64891) Найдите $-5\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin\alpha = -0,8$ и $\alpha \in (1,5\pi; 2\pi)$.

5.34.1. (прототип 26785) Найдите $26\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

5.34.2. (64907) Найдите $-10\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{24}{25}$ и $\alpha \in (0,5\pi; \pi)$.

5.34.3. (65021) Найдите $-13\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$ и $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$.

5.35.1. (прототип 26786) Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 0,4$

5.35.2. (65055) Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 1,25$.

5.35.3. (65151) Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{7\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha = 2$.

5.36.1. (прототип 26780) Найдите $\frac{10\sin 6\alpha}{3\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = 0,6$

5.36.2. (64497) Найдите $\frac{3\sin 6\alpha}{5\cos 3\alpha}$, если $\sin 3\alpha = -0,4$.

5.36.3. (64553) Найдите $\frac{2\sin 4\alpha}{5\cos 2\alpha}$, если $\sin 2\alpha = -0,7$.

5.37.1. (прототип 26779) Найдите $24\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,2$

5.37.2. (64423) Найдите $-16\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,4$.

5.37.3. (64453) Найдите $-6\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$.

5.38.1. (прототип 26794) Найдите $9\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

5.38.2. (65571) Найдите $98\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5}{7}$.

5.38.3. (65599) Найдите $70\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

5.39.1. (прототип 316350) Найдите $-47\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,4$.

5.39.2. (316353) Найдите $36\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,8$.

5.39.3. (316449) Найдите $-44\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,1$.

5.40.1. (прототип 26793) Найдите значение выражения

$5\sin(\alpha - 7\pi) - 11\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,25$

5.40.2. (65489) Найдите значение выражения $7\sin(\alpha + 2\pi) + 3\cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = 0,8$.

5.40.3. (65551) Найдите значение выражения $3\sin(\alpha + \pi) + 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -0,3$.

5.41.1. (прототип 26792) Найдите значение выражения $7\cos(\pi + \beta) - 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$,

если $\cos \beta = -\frac{1}{3}$

5.41.2. (65437) Найдите значение выражения $2\cos(-\pi + \beta) + 5\sin\left(\frac{-3\pi}{2} + \beta\right)$, если

$\cos \beta = -\frac{2}{3}$.

5.41.3. (65481) Найдите значение выражения $3\cos(\pi + \beta) + 2\sin\left(\frac{-\pi}{2} + \beta\right)$, если

$\cos \beta = -\frac{3}{5}$.

5.42.1. (прототип 26783) Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg} \gamma = 7$.

5.42.2. (64697) Найдите значение выражения $2\operatorname{tg}(-4\pi + \gamma) - 3\operatorname{tg}(-\gamma)$, если $\operatorname{tg} \gamma = 0,2$.

5.42.3. (64761) Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}(-3\pi + \gamma) + 3\operatorname{tg} \gamma$, если $\operatorname{tg} \gamma = 0,3$.

5.43.1. (прототип 26787) Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $5\sin^2 \alpha + 13\cos^2 \alpha = 6$.

5.43.2. (65179) Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $3\sin^2 \alpha + 9\cos^2 \alpha = 7$.

5.43.3. (65211) Найдите $\operatorname{tg}^2 \alpha$, если $6\sin^2 \alpha + 13\cos^2 \alpha = 14$.

5.44.1. (прототип 26788) Найдите $\frac{3\cos \alpha - 4\sin \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

5.44.2. (65235) Найдите $\frac{4\cos \alpha - 5\sin \alpha}{4\sin \alpha + 4\cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 4$.

5.44.3. (65263) Найдите $\frac{6\cos \alpha - 3\sin \alpha}{5\sin \alpha - 2\cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

5.45.1. (прототип 26789) Найдите $\frac{10\cos \alpha + 4\sin \alpha + 15}{2\sin \alpha + 5\cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$

5.45.2. (65275) Найдите $\frac{2\cos \alpha + 8\sin \alpha + 6}{4\sin \alpha + \cos \alpha + 3}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -0,25$.

5.45.3. (65311) Найдите $\frac{6\cos \alpha - 15\sin \alpha + 16}{5\sin \alpha - 2\cos \alpha + 4}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$.

5.46.1. (прототип 26790) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$,
если $\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3$

5.46.2. (65357) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если
 $\frac{8 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 8 \cos \alpha} = -4$.

5.46.3. (65363) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если
 $\frac{7 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 9 \cos \alpha} = 2$.

5.47.1. (прототип 26791) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$,
если $\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$

5.47.2. (65367) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если
 $\frac{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha - 2}{4 \sin \alpha + 5 \cos \alpha - 8} = \frac{1}{4}$.

5.47.3. (65411) Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если
 $\frac{4 \sin \alpha + 3 \cos \alpha + 2}{4 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} = \frac{2}{3}$.

6. Дополнительные задачи

1. Найдите значение выражения

$$456 \cdot 79 - 79 \cdot 556.$$

2. Вычислите:

$$\frac{2 \frac{3}{4} : 1,1 + 3 \frac{1}{3} \cdot 5 \left(2 \frac{1}{6} + 4,5 \right) \cdot 0,375}{2,5 - 0,4 \cdot 3 \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{7} - \frac{2,75 - 1 \frac{1}{2}}{2}}.$$

3. Вычислите:

$$\frac{\left(13,75 + 9 \frac{1}{6} \right) \cdot 1,2 \left(6,8 - 3 \frac{3}{5} \right) \cdot 5 \frac{5}{6}}{\left(10,3 - 8 \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{5}{9} \left(3 \frac{2}{3} - 3 \frac{1}{6} \right) \cdot 56} - 27 \frac{1}{6}.$$

4. Найдите значение выражения $\frac{3a+4b}{2a+b}$,

$$\text{если } \frac{a}{a+b} = \frac{2}{3}.$$

5. Вычислите:

а) $|-8| - |-5|$; б) $|0,1| \cdot |-10|$; в) $\left| -2 \frac{5}{8} \right| : \left| \frac{7}{16} \right|$;

г) $|\sqrt{10} - 3|$; д) $|\sqrt{7} - 3|$; е) $|\pi - 3|$; ж) $|e - 3|$.

6. Упростите выражения:

а) $|x - 2| + 7 - x$ при $x \geq 2$;

б) $4 - |3 - 2x|$ при $x \leq 1,5$.

7. Вычислите:

а)

$$64^{-\frac{5}{6}} - (0,125)^{\frac{1}{3}} - 32 \cdot 2^{-4} \cdot 16^{-\frac{1}{2}} + (3^0)^4 \cdot 4;$$

б)

$$3^{-4} \cdot 27^{-\frac{2}{3}} \cdot 9 - 27^{-\frac{1}{3}} + (8^0)^3 \cdot 2 + (0,125)^{-\frac{2}{3}};$$

в) $(0,0016)^{\frac{3}{4}} + (0,04)^{-\frac{1}{2}} - (0,216)^{-\frac{2}{3}}$.

8. Вычислите:

а) $\left((0,48)^0 + \left(1 \frac{9}{16} \right)^{\frac{3}{2}} : 0,8^{-4} \right) \cdot 0,81^{-\frac{1}{2}}$;

б) $\left(0,49^{-1,5} : \left(1 \frac{3}{7} \right)^4 + 0,64^{-\frac{1}{2}} \right) \cdot 3 \frac{1}{13}$.

9. Вычислите:

а) $\frac{6^6 \cdot 5^2}{15^3 \cdot 2^4}$; б) $\frac{12^5}{2^{10} \cdot 81}$.

10. Вычислите:

а) $\frac{2 \cdot 3^{20} - 5 \cdot 3^{19}}{9^9}$; б) $\frac{2^7 \cdot 3^5 + 2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2}$.

11. Вычислите:

а) $6^2 + 8^2$; б) $(6 + 8)^2$; в) $10^2 - 3^2$;

г) $(10 - 3)^2$.

12. Вычислите:

а) $47^2 + 2 \cdot 47 \cdot 13 + 13^2$;

б) $87^2 - 2 \cdot 87 \cdot 67 + 67^2$.

13. Вычислите:

а) 41^2 ; б) 39^2 .

14. Вычислите:

а) $42 \cdot 58$; б) $62 \cdot 58$.

15. Вычислите:

а) $\frac{71^3 + 49^3}{120} - 71 \cdot 49$;

б) $\frac{59^3 - 41^3}{18} + 59 \cdot 41$.

16. Вычислите:

а) 31^3 ; б) 19^3 .

17. Вычислите: $\frac{5 + 11 \cdot 5^{-2} - 3}{1 + 2 \cdot 8^{-1} - 19 \cdot 8^{-2}}$.

18. Найдите значение выражения

а) $\frac{y^{0,5}}{y^{0,5} + 4} + \frac{4y^{0,5}}{y - 16}$ при $y = 18$;

б) $\frac{x^{\frac{3}{4}} - 25x^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} + 5x^{\frac{1}{4}}}$ при $x = 16$;

в) $\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{1}{4}}} + \frac{x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}}$, если $x = 81$,
 $y = 16$.

19. Найдите значение выражения

а) $\frac{9^{x+11} \cdot 2^{3x+8}}{3^{2x+21} \cdot 4^{x+4}}$ при $x = 2$;

б) $\frac{81 - t^{-1}}{9 + t^{-0,5}} - 8t^{0,5}$ при $t = 16$.

20. Найдите значение:

а) $\sqrt{529}$; б) $\sqrt{784}$; в) $\sqrt{5929}$; г) $\sqrt{2304}$;

д) $\sqrt{54756}$; е) $\sqrt{12996}$; ж) $\sqrt{760384}$;

з) $\sqrt{126736}$.

21. Найдите значение:

а) $\sqrt{4225}$; б) $\sqrt{1225}$; в) $\sqrt{90,25}$;

г) $\sqrt{0,0625}$.

22. Найдите значение:

а) $\sqrt{17^2 - 8^2}$; б) $\sqrt{313^2 - 312^2}$;

в) $\sqrt{65^2 - 63^2}$; г) $\sqrt{89^2 - 39^2}$.

д) $\frac{\sqrt{392^2 - 388^2}}{\sqrt{195}}$.

23. Найдите значение:

а) $\sqrt[3]{216}$; б) $\sqrt[4]{0,0625}$; в) $\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}$;

г) $\frac{\sqrt[7]{128} \cdot \sqrt[5]{32}}{\sqrt{81} \cdot \sqrt[3]{64}}$; д) $\sqrt{5\frac{4}{9}} - \sqrt{\frac{4}{9}}$;

е) $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \sqrt{0,25}}{2,5}$; ж) $\left(\sqrt[3]{\frac{125}{8}} - \sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^{\frac{2}{3}}$;

з) $\sqrt{\left(6\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}$.

24. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{125 \cdot 0,027}$; б) $\sqrt[3]{0,008 \cdot 27}$;

в) $\sqrt[4]{3} : \sqrt[4]{48}$; г) $\sqrt[4]{48 \cdot 27}$; д) $\sqrt[3]{-0,3} \cdot \sqrt[3]{-0,09}$;

е) $\sqrt[4]{27 \cdot 16} \cdot \sqrt[4]{3}$; ж) $-\sqrt[5]{0,016} \cdot \sqrt[5]{-0,02}$;

з) $\frac{\sqrt[3]{375} \cdot \sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{81}}$; и) $\frac{\sqrt[4]{\frac{5}{8}} \cdot \sqrt[4]{128}}{\sqrt[4]{125}}$; к) $\frac{3 \cdot \sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{189}}$;

л) $\frac{\sqrt[3]{250}}{4 \cdot \sqrt[3]{2}}$; м) $\sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4}$;

н) $\sqrt[3]{42} \cdot \sqrt[3]{\frac{4}{21}}$.

25. Упростите выражение $\frac{5^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{225}}$

1) $5^{\frac{11}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$; 2) $5^{\frac{1}{12}} \cdot 3$; 3) $5^{\frac{5}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$;

4) $5^{\frac{5}{12}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$.

26. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$; б) $\left(\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\right)^2$.

27. Вычислите:

а) $(3\sqrt{5})^2$; б) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$; в) $(2 \cdot \sqrt[3]{3})^6$.

28. Упростите выражение:

а) $\sqrt{2^4}$; б) $\sqrt{10^8}$; в) $\sqrt[4]{3^2}$; г) $\sqrt[6]{5^3}$.

29. Упростите выражение:

а) $\sqrt[3]{(-3)^3 \cdot 2^6}$; б) $\sqrt[3]{24 \cdot \sqrt{3} \cdot 3^{7,5}}$;

в) $\sqrt[6]{3^7 \cdot 4^5} \cdot \sqrt[6]{3^5 \cdot 4}$; г) $\sqrt[6]{2^4 \cdot 3^3} \cdot \sqrt[3]{2 \cdot 3^{7,5}}$;

д) $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}} + \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$.

30. Вынесите множитель за знак корня:

а) $\sqrt{8}$; б) $\sqrt[4]{48}$; в) $\sqrt[3]{-3000}$.

31. Внесите множитель под знак корня:

а) $3\sqrt{3}$; б) $-2 \cdot \sqrt[3]{4}$; в) $-3 \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{9}}$.

32. Упростите:

а) $2\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + 2\sqrt{20}$;

б) $(8\sqrt{27} - \sqrt[3]{32}) - (\sqrt[3]{108} + 6\sqrt{48})$;

в) $\frac{\sqrt{22} - \sqrt{2}}{\sqrt{11} - 11} \cdot \sqrt{11}$; г) $\sqrt{125} \cdot \sqrt[5]{32} - 5^{\frac{1}{2}}$;

д) $\sqrt[3]{81} - \sqrt{49} \cdot \sqrt[3]{24}$;

е) $(7\sqrt{48} + 3\sqrt{27} - 2\sqrt{12}) : \sqrt{3}$.

ж) $(\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{75})\sqrt{3}$.

з) $\frac{2\sqrt{7} + \sqrt{63} - \sqrt{175}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

и) $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{80}}{\sqrt{5}}$.

33. Упростите:

а) $5\sqrt{7} - 2 + 3\sqrt{7} - \sqrt[3]{2} + 5 - 6\sqrt[3]{2}$;

б) $(3\sqrt{5} - 2)(2 + \sqrt{5})$.

34. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе:

а) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; б) $\frac{4}{\sqrt[3]{7}}$; в) $\frac{4}{5 + \sqrt{13}}$; г) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

35. Вычислите:

а) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$;

б) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

36. Вычислите:

а) $(7^{\sqrt{38-6}})^{\sqrt{38+6}}$.

б) $2^{2-\sqrt{10}} \cdot 2^{2+\sqrt{10}}$.

в) $\left(3^{\sqrt{7}} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$.

37. Вычислите:

а) $\sqrt{(4-3\sqrt{2})^2} + \sqrt{(5-3\sqrt{2})^2}$;

б) $\sqrt{(3-\sqrt{7})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-4)^2}$;

38. Вычислите:

а) $\sqrt[7]{5-\sqrt{26}} \cdot \sqrt[7]{5+\sqrt{26}}$;

б) $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}}$;

в) $\sqrt[3]{8+2\sqrt{7}} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{7}-8} \cdot \sqrt[3]{48}$;

г) $\sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4}$; д) $\frac{\sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$;

е) $\left(\sqrt{6-\sqrt{11}} + \sqrt{6+\sqrt{11}}\right)^2$;

ж) $\left(7,3 \cdot \sqrt[3]{49\sqrt{7}} - 0,3 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt[3]{49}}\right)^{\frac{6}{11}}$.

з) $\left(127\sqrt{2\sqrt[4]{8}} + \sqrt[4]{2\sqrt{32}}\right)^{\frac{8}{7}} \cdot 1024$.

39. Вычислите

а) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{2}$;

б) $\sqrt{10-\sqrt{96}} - \sqrt{10+\sqrt{96}}$;

в) $\sqrt{7+\sqrt{24}} - \sqrt{7-\sqrt{24}}$;

г) $\sqrt[4]{(37-20\sqrt{3})^2} + 2\sqrt{3}$.

40. Вынесите множитель за знак корня:

а) $\sqrt[4]{8a^{16}}$; б) $\sqrt[3]{9c^{18}}$.

41. Внесите множитель под знак корня:

а) $3 \cdot \sqrt[4]{c}$; б) $2 \cdot \sqrt[8]{q^3}$; в) $p^4 \cdot \sqrt[7]{3}$; г) $t^2 \cdot \sqrt[9]{5}$.

42. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt[4]{(2x-3)^4} + 2\sqrt{(x+2,5)^2}$, если $-2,1 \leq x \leq 1,2$;

б) $\sqrt[4]{(3x-12)^4} - \sqrt[4]{(3x+12)^4}$ при $x < -2013$.

в) $\sqrt{9-6 \cdot 4^x + 16^x} - 4^x - 0,5$, если $3^x = 7$.

43. Вычислите

а) $\log_4 \log_2 \log_3 81$; б) $\log_{\frac{2}{3}} \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}$.

44. Вычислите десятичный логарифм:

а) $\lg 10$; б) $\lg 100$; в) $\lg 1$; г) $\lg 0,1$;

д) $\lg 0,01$; е) $\lg \sqrt{10}$; ж) $\lg \frac{1}{\sqrt{10}}$; з) $\lg 10^5$;

и) $\lg 10^{-3}$; к) $\lg 10^m$.

45. Вычислите натуральный логарифм:

а) $\ln e$; б) $\ln \frac{1}{e}$; в) $\ln 1$; г) $\ln e^7$; д) $\ln \sqrt[3]{e}$.

46. Вычислите:

а) $\log_{\frac{1}{5}}(5\sqrt{5} + 2\sqrt{30}) + \log_{\frac{1}{5}}(5\sqrt{5} - 2\sqrt{30})$;

б) $\log_6(\sqrt{7}-1) + 0,5 \log_6(8+2\sqrt{7})$.

в) $\left((4 - \log_2^2 3) \cdot \log_{12} 2 + \log_2 3\right) \cdot 5^{\log_5 13}$;

г) $0,9 \left(\frac{\log_9 162}{\log_2 9} - \frac{\log_9 18}{\log_{18} 9} \right)$;

д) $\frac{\log_2 40}{\lg 2} - \frac{\log_2 5}{\log_{80} 2}$;

е) $\lg^2 32 + \frac{25 \lg 20}{2 \log_{25} 10}$;

ж) $\log_2(56\sqrt{2}) - (\log_2^2 7 + 1 - \log_2 49)^{0,5}$.

з) $3^{\sqrt{\log_3 2}} - 2^{\sqrt{\log_2 3}}$.

47. Найдите значение выражения:

а) $\arcsin 1$; б) $\arccos \frac{1}{2}$; в) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$;

г) $\operatorname{arcctg} \frac{1}{\sqrt{3}}$; д) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$;

е) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; ж) $\operatorname{arctg}(-1)$;
 з) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$; и) $\cos(2\operatorname{arctg}(-1))$;
 к) $\cos\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$; л) $\arccos\left(\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\right)$;
 м) $\arcsin\left(\operatorname{tg}\frac{3\pi}{4}\right)$;
 н) $\operatorname{tg}^2\left(5\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)-0,25\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

48. Упростите выражение:

а) $5\sin^2\alpha - 4 + 5\cos^2\alpha$;
 б) $-4\sin^2\alpha + 5 - 4\cos^2\alpha$;
 в) $1 - \sin^2x + \cos^2x$;
 г) $\frac{\cos^4\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$;

д) $(\cos x - \sin x)^2 + 2\sin x \cdot \cos x$;

49. Упростите выражение:

а) $1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$; б) $\frac{1}{1 + \cos\alpha} + \frac{1}{1 - \cos\alpha}$;

в) $\frac{\cos^2\alpha - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha}{2\sin\alpha}$;

г) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2\alpha}$;

д) $\sin^2\alpha \cdot \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta +$
 $+ \sin^2\alpha \cdot \cos^2\beta + \cos^2\alpha \cdot \sin^2\beta$;

е) $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$;

ж) $\sin^6\alpha + \cos^6\alpha + 3\sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha$.

50. Найдите значение выражения:

а) $3\sin^2x - 1$, если $\cos^2x = 0,5$;

б) $2 - \operatorname{tg}^2x \cdot \cos^2x$, если $\sin x = 0,2$;

в) $\sqrt{14}\cos\alpha$, если

$\sin\alpha = -\sqrt{\frac{5}{14}}$, $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$;

г) $\sqrt{21}\sin\alpha$, если

$\cos\alpha = -\sqrt{\frac{5}{21}}$, $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \pi$;

51. Упростите выражение:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$; б) $\cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)$;

в) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right)$; г) $\operatorname{ctg}(\pi + 3\alpha)$;

д) $\cos(2\pi - \alpha)$; е) $\sin(2\pi + \alpha)$;

ж) $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$; з) $\sin(180^\circ + \alpha)$;

и) $\sin(270^\circ - \alpha)$; к) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$;

л) $\cos(\alpha - \pi)$; м) $\operatorname{ctg}(\alpha - 360^\circ)$;

н) $\operatorname{tg}(-\alpha + 270^\circ)$; о) $\sin^2(\pi + \alpha)$;

п) $\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$; р) $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$.

52. Упростите выражение:

а) $\sin^2(180^\circ - x) + \sin^2(270^\circ - x)$;

б) $\sin(\pi - x)\cos(x - 0,5\pi) -$
 $-\sin(x + 0,5\pi)\cos(\pi - x)$;

в) $\frac{\cos(-\alpha)\cos(180^\circ + \alpha)}{\sin(-\alpha)\sin(1,5\pi + \alpha)}$.

53. Найдите значение выражения:

а) $5\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha)$, если
 $\sin\alpha = -0,8$;

б) $3\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \cos(\pi - \alpha)$, если
 $\cos\alpha = 0,5$;

в) $3\sqrt{3}\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos(\pi + \alpha)$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$;

г) $2\sqrt{5}\operatorname{ctg}\alpha \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, если

$\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{4}$;

д) $\frac{3\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{2\cos(\pi - \alpha)}$, если $\alpha = \frac{7\pi}{4}$.

54. Упростите выражение:

а) $\sin 3,5\alpha \cdot \sin 2,5\alpha + \cos\alpha -$
 $-\cos 3,5\alpha \cdot \cos 2,5\alpha$;

б) $\sin 5\alpha \cdot \cos 4\alpha + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) -$
 $-\cos 5\alpha \cdot \sin 4\alpha$.

55. Найдите значение выражения:

а) $\sqrt{19} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$, если

$\cos x = \frac{4}{\sqrt{19}}$, $\pi \leq x \leq 2\pi$.

б) $\sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$, если

$$\cos x = -\frac{3}{5}, \pi \leq x \leq 2\pi.$$

56. Упростите выражение:

а) $\frac{\sin 3\alpha - \cos 3\alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$;

б) $\frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \cdot \sin \beta}{2 \cos \alpha \cdot \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)}$;

в) $\frac{\cos \alpha - \sqrt{2} \cos(45^\circ + \alpha)}{2 \sin(30^\circ + \alpha) - \sqrt{3} \sin \alpha}$.

57. Найдите значение выражения:

а) $169 \sin 2x$, если

$$\cos x = -\frac{5}{13}, -\pi < x < 0.$$

б) $26 \sin 2x$, если

$$\sin x = -\frac{2}{\sqrt{13}}, -\frac{3\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{2}.$$

58. Упростите выражение:

а) $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$;

б) $\frac{1 + \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$; в) $\cos^4 x - \sin^4 x$;

г) $\frac{1 + \cos 2\alpha}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}}$.

59. Упростите выражение:

а) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$;

б) $2 \sin^2 \frac{x}{2} + \cos x$;

в) $\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}$.

60. Найдите значения $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$,

если известно, что $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{9}{41}$ и $0 < \alpha < \pi$.

Решения задач-прототипов

1. Арифметические действия

Числовые выражения

1.1.1. Решение. $4\frac{4}{9} : \frac{4}{9} = \frac{40}{9} \cdot \frac{9}{4} = 10$

Ответ: 10.

1.2.1. Решение.

$$\begin{aligned} \left(2\frac{4}{7} - 1,2\right) \cdot 5\frac{5}{6} &= \left(\frac{18}{7} - \frac{12}{10}\right) \cdot \frac{35}{6} = \\ &= \left(\frac{18}{7} - \frac{6}{5}\right) \cdot \frac{35}{6} = \frac{18 \cdot 5 - 6 \cdot 7}{7 \cdot 5} \cdot \frac{35}{6} = \\ &= \frac{48}{35} \cdot \frac{35}{6} = 8. \end{aligned}$$

Ответ: 8.

1.3.1. Решение.

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{4} + 2\frac{3}{8}\right) \cdot 25,8 &= \left(\frac{6}{8} + \frac{19}{8}\right) \cdot 25\frac{4}{5} = \\ &= \frac{25}{8} \cdot \frac{129}{5} = \frac{5 \cdot 129}{8} = 80\frac{5}{8} = 80,625. \end{aligned}$$

Ответ: 80,625.

1.4.1. Решение.

$$\begin{aligned} \left(2\frac{4}{7} - 2,5\right) : \frac{1}{70} &= \left(\frac{18}{7} - \frac{5}{2}\right) \cdot 70 = \\ &= \frac{18 \cdot 2 - 5 \cdot 7}{7 \cdot 2} \cdot 70 = \frac{70}{14} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

1.5.1. Решение.

$$\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457} = \frac{1,23 \cdot 0,457 \cdot 100}{1,23 \cdot 10 \cdot 0,457} = 10.$$

Ответ: 10.

Выражения с переменными

1.6.1. Решение.

$$(9ax - (-7xua)) : 4ua = \frac{16xua}{4xua} = 4.$$

Ответ: 4.

1.7.1. Решение. Если $\frac{a}{b} = 3$, то

$a = 3b$, $b \neq 0$. Тогда

$$\begin{aligned} \frac{a+9b+16}{a+3b+8} &= \frac{3b+9b+16}{3b+3b+8} = \frac{12b+16}{6b+8} = \\ &= \frac{2(6b+8)}{6b+8} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

1.8.1. Решение. Если $\frac{2a+5b}{5a+2b} = 1$, то

$$2a+5b = 5a+2b, \quad 5a+2b \neq 0 \quad \text{или} \quad 3a = 3b$$

или $a = b$. Тогда $\frac{a}{b} = 1$.

Ответ: 1.

1.9.1. Решение. Если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$, то

$$\begin{aligned} 2a-7b+5 &= 63a-18b+45 \\ \text{или} \quad 61a-11b &= -40. \end{aligned}$$

Тогда $61a-11b+50 = -40+50 = 10$.

Ответ: 10.

1.10.1. Решение. 1-ый способ. Из первого равенства выразим переменную y :

$$y = 5 - 4x.$$

Из второго равенства выразим переменную z : $z = \frac{7-y}{12} = \frac{7-(5-4x)}{12} =$

$$= \frac{2+4x}{12} = \frac{1+2x}{6}.$$

Теперь подставим полученные выражения в исходное выражение

$$\begin{aligned} 2x + y + 6z &= 2x + (5-4x) + 6 \cdot \frac{1+2x}{6} = \\ &= 5 - 2x + 1 + 2x = 6. \end{aligned}$$

2-ой способ. Складывая левые и правые части равенств $4x + y = 5$ и $12z + y = 7$,

получим $4x + 2y + 12z = 12$. Разделим обе части последнего равенства на 2: $2x + y + 6z = 6$.

Ответ: 6.

1.11.1. Решение. Так как $p(a) = 2a - 3$, то имеем

$$\begin{aligned} 3p(a) - 6a + 7 &= 3 \cdot (2a - 3) - 6a + 7 = \\ &= 6a - 9 - 6a + 7 = -2. \end{aligned}$$

Ответ: -2.

1.12.1. Решение. Так как $p(x) = 2x + 1$, то имеем

$$\begin{aligned} p(x-7) + p(13-x) &= \\ &= 2(x-7) + 1 + 2(13-x) + 1 = \\ &= 2x - 14 + 1 + 26 - 2x + 1 = 14. \end{aligned}$$

Ответ: 14.

1.13.1. Решение. Так как $q(b) = 3b$, то имеем

$$\begin{aligned} q(b-2) - q(b+2) &= 3(b-2) - 3(b+2) = \\ &= 3b - 6 - 3b - 6 = -12. \end{aligned}$$

Ответ: -12.

1.14.1. Решение. Так как $p(x) = x - 3$, то имеем

$$\begin{aligned} 2p(x-7) - p(2x) &= \\ &= 2((x-7)-3) - (2x-3) = \\ &= 2x - 20 - 2x + 3 = -17. \end{aligned}$$

Ответ: -17.

1.15.1. Решение. Так как $p(x) = x - 10$, то имеем

$$\begin{aligned} 5(p(2x) - 2p(x+5)) &= \\ &= 5((2x-10) - 2((x+5)-10)) = \\ &= 5(2x-10-2x+10) = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

1.16.1. Решение. При $x \neq 3$ имеем

$$\begin{aligned} p(x) + p(6-x) &= \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)(6-(6-x))}{(6-x)-3} = \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)x}{3-x} = \\ &= \frac{x(6-x)}{x-3} - \frac{(6-x)x}{x-3} = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

1.17.1. Решение. При $b \neq 0$ имеем

$$\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)} = \frac{\left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)}{\left(\frac{1}{b} + 3b\right)\left(\frac{3}{b} + b\right)} = 1.$$

Ответ: 1.

2. Действия со степенями

Числовые выражения

2.1.1. Решение. Используя формулу разности квадратов, имеем

$$\begin{aligned} (432^2 - 568^2) : 1000 &= \\ &= \frac{(432 - 568)(432 + 568)}{1000} = \\ &= \frac{-136 \cdot 1000}{1000} = -136. \end{aligned}$$

Ответ: -136.

2.2.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} (5^{12})^3 : 5^{37} &= 5^{12 \cdot 3} : 5^{37} = 5^{36} : 5^{37} = \\ &= 5^{36-37} = 5^{-1} = \frac{1}{5} = 0,2. \end{aligned}$$

Ответ: 0,2.

2.3.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} 5^{0,36} \cdot 25^{0,32} &= 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36} \cdot 5^{2 \cdot 0,32} = \\ &= 5^{0,36} \cdot 5^{0,64} = 5^{0,36+0,64} = 5^1 = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

2.4.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} 7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} &= 7^{\frac{4}{9}} \cdot (7^2)^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{2 \cdot \frac{5}{18}} = \\ &= 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{5}{9}} = 7^{\frac{4+5}{9}} = 7^1 = 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

2.5.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} (49^6)^3 : (7^7)^5 &= 49^{18} : 7^{35} = (7^2)^{18} : 7^{35} = \\ &= 7^{36} : 7^{35} = 7^{36-35} = 7^1 = 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

2.6.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{3^{6,5}}{9^{2,25}} &= \frac{3^{6,5}}{(3^2)^{2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{2 \cdot 2,25}} = \frac{3^{6,5}}{3^{4,5}} = \\ &= 3^{6,5-4,5} = 3^2 = 9. \end{aligned}$$

Ответ: 9.

2.7.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{49^{5,2}}{7^{8,4}} &= \frac{(7^2)^{5,2}}{7^{8,4}} = \frac{7^{2 \cdot 5,2}}{7^{8,4}} = \frac{7^{10,4}}{7^{8,4}} = \\ &= 7^{10,4-8,4} = 7^2 = 49. \end{aligned}$$

Ответ: 49.

2.8.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\begin{aligned} \frac{\left(2^{\frac{2}{5}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{10^9} &= \frac{2^{\frac{2}{5} \cdot 15} \cdot 5^{\frac{2}{3} \cdot 15}}{10^9} = \frac{2^6 \cdot 5^{10}}{(2 \cdot 5)^9} = \\ &= \frac{2^6 \cdot 5^{10}}{2^9 \cdot 5^9} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8} = 0,625. \end{aligned}$$

Ответ: 0,625.

2.9.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{(2 \cdot 3)^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{2^{4,5} \cdot 3^{4,5}} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

2.10.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$4^8 \cdot 11^{10} : 44^8 = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{(4 \cdot 11)^8} = \frac{4^8 \cdot 11^{10}}{4^8 \cdot 11^8} = 11^2 = 121.$$

Ответ: 121.

2.11.1. Решение. Согласно свойствам степеней имеем

$$35^{-4,7} \cdot 7^{5,7} : 5^{-3,7} = \frac{7^{-4,7} \cdot 5^{-4,7} \cdot 7^{5,7}}{5^{-3,7}} = 7 \cdot 5^{-1} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

Ответ: 1,4.

Выражения с переменными

2.12.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a} = \frac{11a(11a - 1)}{a(11a - 1)} = 11.$$

Ответ: 11.

2.13.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x = \frac{(3x - 2)(3x + 2)}{3x + 2} - 3x = 3x - 2 - 3x = -2.$$

Ответ: -2.

2.14.1. Решение. Упростим выражение:

$$(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2 = 4x^2 - 25 - 4x^2 = -25.$$

Ответ: -25.

2.15.1. Решение. Упростим выражение:

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22 = 49x^2 - 169 - 49x^2 + 6x + 22 = 6x - 147.$$

При $x = 80$ выражение примет значение $6 \cdot 80 - 147 = 480 - 147 = 333$.

Ответ: 333.

2.16.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : 2xy &= \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2)}{2xy} = \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2}{2xy} = \frac{4xy}{2xy} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

2.17.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} ((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2) : 6xy &= \\ &= \frac{9x^2 + 12xy + 4y^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy} = \frac{12xy}{6xy} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

2.18.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} ((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : 4xy &= \\ &= ((4x - 3y) - (4x + 3y)) \times \\ &\quad \times ((4x - 3y) + (4x + 3y)) : 4xy = \\ &= \frac{(4x - 3y - 4x - 3y) \cdot (4x - 3y + 4x + 3y)}{4xy} = \\ &= \frac{-6y \cdot 8x}{4xy} = -12. \end{aligned}$$

Ответ: -12.

2.19.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (4a^2 - 9) \cdot \left(\frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right) &= \\ &= \frac{4a^2 - 9}{2a - 3} - \frac{4a^2 - 9}{2a + 3} = \\ &= \frac{(2a - 3)(2a + 3)}{2a - 3} - \frac{(2a - 3)(2a + 3)}{2a + 3} = \\ &= 2a + 3 - 2a + 3 = 6. \end{aligned}$$

Ответ: 6.

2.20.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} (9b^2 - 49) \cdot \left(\frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13 &= \\ &= \frac{9b^2 - 49}{3b - 7} - \frac{9b^2 - 49}{3b + 7} + b - 13 = \\ &= \frac{(3b - 7)(3b + 7)}{3b - 7} - \frac{(3b - 7)(3b + 7)}{3b + 7} + b - 13 = \\ &= 3b + 7 - 3b + 7 + b - 13 = b + 1. \end{aligned}$$

При $b = 345$ выражение примет значение $345 + 1 = 346$.

Ответ: 346.

2.21.1. Решение. Упростим выражение:

$$\begin{aligned} a(36a^2 - 25) \cdot \left(\frac{1}{6a+5} - \frac{1}{6a-5} \right) &= \\ = a \left(\frac{36a^2 - 25}{6a+5} - \frac{36a^2 - 25}{6a-5} \right) &= \\ = a \left(\frac{(6a-5)(6a+5)}{6a+5} - \frac{(6a-5)(6a+5)}{6a-5} \right) &= \\ = a(6a-5-6a-5) &= -10a. \end{aligned}$$

При $a = 36,7$ выражение примет значение $-10 \cdot 36,7 = -367$.

Ответ: -367 .

2.22.1. Решение. Так как $g(x) = 8^x$, то

$$\frac{g(x-9)}{g(x-11)} = \frac{8^{x-9}}{8^{x-11}} = 8^{(x-9)-(x-11)} = 8^2 = 64.$$

Ответ: 64.

2.23.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{(3x)^3 \cdot x^{-9}}{x^{-10} \cdot 2x^4} = \frac{3^3 \cdot x^3 \cdot x^{-9}}{2x^4 \cdot x^{-10}} = \frac{27x^{-6}}{2x^{-6}} = 13,5.$$

Ответ: 13,5.

2.24.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(7x^3)^2 : (7x^6) = \frac{7^2 \cdot x^6}{7x^6} = 7.$$

Ответ: 7.

2.25.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(4a)^3 : a^7 \cdot a^4 = \frac{4^3 \cdot a^3 \cdot a^4}{a^7} = \frac{64a^7}{a^7} = 64.$$

Ответ: 64.

2.26.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$18x^7 \cdot x^{13} : (3x^{10})^2 = \frac{18x^7 \cdot x^{13}}{3^2 \cdot (x^{10})^2} = \frac{18x^{20}}{9x^{20}} = 2.$$

Ответ: 2.

2.27.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} ((2x^3)^4 - (x^2)^6) : 3x^{12} &= \frac{2^4 \cdot (x^3)^4 - (x^2)^6}{3x^{12}} = \\ = \frac{16x^{12} - x^{12}}{3x^{12}} &= \frac{15x^{12}}{3x^{12}} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

2.28.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{7(m^5)^6 + 11(m^3)^{10}}{(3m^{15})^2} &= \frac{7m^{30} + 11m^{30}}{9m^{30}} = \\ = \frac{18m^{30}}{9m^{30}} &= 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

2.29.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{6n^{\frac{1}{3}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}} = 6n^{\frac{1}{3} - \frac{1}{12} - \frac{1}{4}} = 6n^{\frac{4-1-3}{12}} = 6n^0 = 6 \cdot 1 = 6.$$

Ответ: 6.

2.30.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2} &= \frac{5^3 \cdot (a^2)^3 \cdot 6^2 \cdot b^2}{30^2 \cdot (a^3)^2 \cdot b^2} = \\ = \frac{5 \cdot (5 \cdot 6)^2 \cdot a^6 \cdot b^2}{30^2 \cdot a^6 \cdot b^2} &= \frac{5 \cdot 30^2}{30^2} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

2.31.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\begin{aligned} \frac{a^2b^{-6}}{(4a)^3b^{-2}} \cdot \frac{16}{a^{-1} \cdot b^{-4}} &= \frac{4^2 a^2 b^{-6}}{4^3 a^3 b^{-6}} = \\ = \frac{1}{4} &= 0,25. \end{aligned}$$

Ответ: 0,25.

2.32.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$a^{0,65} \cdot a^{0,67} \cdot a^{0,68} = a^{0,65+0,67+0,68} = a^2.$$

При $a = 11$ выражение примет значение $11^2 = 121$.

Ответ: 121.

2.33.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{7,4}}{a^{8,4}} = a^{7,4-8,4} = a^{-1}.$$

При $a = 0,4$ выражение примет значение $0,4^{-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2} = 2,5$.

Ответ: 2,5.

2.34.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{3,21} \cdot a^{7,36}}{a^{8,57}} = \frac{a^{3,21+7,36}}{a^{8,57}} = \frac{a^{10,57}}{a^{8,57}} = a^{10,57-8,57} = a^2.$$

При $a = 12$ выражение примет значение $12^2 = 144$.

Ответ: 144.

2.35.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}} = \frac{a^{3,33}}{a^{2,11+2,22}} = \frac{a^{3,33}}{a^{4,33}} = a^{3,33-4,33} = a^{-1}.$$

При $a = \frac{2}{7}$ выражение примет значение

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{2} = 3,5.$$

Ответ: 3,5.

2.36.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{x^{-5} \cdot x^7}{x^0} = \frac{x^{7-5}}{1} = x^2.$$

При $x = 4$ выражение примет значение $4^2 = 16$.

Ответ: 16.

2.37.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$b^5 : b^9 \cdot b^6 = b^{5-9+6} = b^2.$$

При $b = 0,01$ выражение примет значение $0,01^2 = 0,0001$.

Ответ: 0,0001.

2.38.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(2a^3)^4 : (2a^{11}) = \frac{2^4 \cdot (a^3)^4}{2a^{11}} = \frac{2^3 a^{12}}{a^{11}} = 8a.$$

При $a = 11$ выражение примет значение $8 \cdot 11 = 88$.

Ответ: 88.

2.39.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(4b)^3 : b^9 \cdot b^5 = \frac{4^3 \cdot b^3 \cdot b^5}{b^9} = \frac{64b^8}{b^9} = \frac{64}{b}.$$

При $b = 128$ выражение примет значение $\frac{64}{128} = 0,5$.

Ответ: 0,5.

2.40.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$b^{\frac{1}{5}} \cdot \left(b^{\frac{9}{10}}\right)^2 = b^{\frac{1}{5}} \cdot b^{\frac{9}{5}} = b^{\frac{1}{5} + \frac{9}{5}} = b^2.$$

При $b = 7$ выражение примет значение $7^2 = 49$.

Ответ: 49.

2.41.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$\frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12}} \cdot n^{\frac{1}{4}}} = \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{12} + \frac{1}{4}}} = \frac{n^{\frac{5}{6}}}{n^{\frac{1}{3}}} = n^{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}} = n^{\frac{1}{2}}.$$

При $n = 64$ выражение примет значение $64^{\frac{1}{2}} = 8$.

Ответ: 8.

2.42.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$x \cdot 3^{2x+1} \cdot 9^{-x} = x \cdot 3^{2x+1} \cdot (3^2)^{-x} = x \cdot 3^{2x+1} \cdot 3^{-2x} = x \cdot 3^{2x+1-2x} = 3x.$$

При $x = 5$ выражение примет значение $3 \cdot 5 = 15$.

Ответ: 15.

2.43.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$6x \cdot (3x^{12})^3 : (3x^9)^4 = \frac{6x \cdot 3^3 \cdot (x^{12})^3}{3^4 \cdot (x^9)^4} = \frac{2 \cdot 3^4 \cdot x^{37}}{3^4 \cdot x^{36}} = 2x.$$

При $x = 75$ выражение примет значение $2 \cdot 75 = 150$.

Ответ: 150.

2.44.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$7^{2x-1} : 49^x : x = \frac{7^{2x-1}}{(7^2)^x \cdot x} = \frac{7^{2x-1}}{7^{2x} \cdot x} = \frac{1}{7x}.$$

При $x = \frac{1}{14}$ выражение примет значение

$$\frac{1}{7 \cdot \frac{1}{14}} = \frac{14}{7} = 2.$$

Ответ: 2.

2.45.1. Решение. Упростим выражение, используя свойства степеней:

$$(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6) = \frac{11a^6b^3 - 27a^6b^3}{4a^6b^6} = \frac{-16a^6b^3}{4a^6b^6} = -\frac{4}{b^3}.$$

При $b = 2$ выражение примет значение $-\frac{4}{2^3} = -\frac{4}{8} = -0,5$.

Ответ: -0,5.

3. Действия с арифметическими корнями

Числовые выражения

3.1.1. Решение.

$$\begin{aligned}\sqrt{65^2 - 56^2} &= \sqrt{(65 - 56)(65 + 56)} = \\ &= \sqrt{9 \cdot 121} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{121} = 3 \cdot 11 = 33.\end{aligned}$$

Ответ: 33.

3.2.1. Решение.

$$\begin{aligned}(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15} &= (\sqrt{15} - \sqrt{4 \cdot 15}) \cdot \sqrt{15} = \\ &= (\sqrt{15} - 2\sqrt{15}) \cdot \sqrt{15} = -\sqrt{15} \cdot \sqrt{15} = \\ &= -(\sqrt{15})^2 = -15.\end{aligned}$$

3.3.1. Решение.

$$\begin{aligned}(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7}) &= (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{7})^2 = \\ &= 13 - 7 = 6.\end{aligned}$$

Ответ: 6.

3.4.1. Решение.

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} &= \frac{(\sqrt{13})^2 + 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} = \\ &= \frac{20 + 2\sqrt{91}}{10 + \sqrt{91}} = \frac{2(10 + \sqrt{91})}{10 + \sqrt{91}} = 2.\end{aligned}$$

Ответ: 2.

3.5.1. Решение.

$$\begin{aligned}\frac{(\sqrt{13} + \sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} &= \frac{(\sqrt{13})^2 + 2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2}{10 + \sqrt{91}} = \\ &= \frac{20 + 2\sqrt{91}}{10 + \sqrt{91}} = \frac{2(10 + \sqrt{91})}{10 + \sqrt{91}} = 2.\end{aligned}$$

Ответ: 2.

3.6.1. Решение. Согласно свойствам арифметического корня,

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} &= \frac{\sqrt{2,8 \cdot 4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \\ &= \sqrt{\frac{28 \cdot 42}{24}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 7}{4 \cdot 6}} = \sqrt{7^2} = 7.\end{aligned}$$

Ответ: 7.

3.7.1. Решение. Согласно свойствам арифметического корня,

$$\frac{\sqrt[5]{10} \cdot \sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{5}} = \frac{\sqrt[5]{10 \cdot 16}}{\sqrt[5]{5}} = \sqrt[5]{\frac{10 \cdot 16}{5}} = \sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2.$$

Ответ: 2.

3.8.1. Решение.

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}} &= \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}}\right) \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ &= \sqrt{\frac{27}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ &= \sqrt{\frac{27 \cdot 28}{7 \cdot 3}} - \sqrt{\frac{12 \cdot 28}{7 \cdot 3}} = \sqrt{36} - \sqrt{16} = 6 - 4 = 2.\end{aligned}$$

Ответ: 2.

3.9.1. Решение.

$$3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}} = 3^{\sqrt{5}+10-5-\sqrt{5}} = 3^5 = 243.$$

Ответ: 243.

3.10.1. Решение.

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1} = \frac{5^{3\sqrt{7}-1+1-\sqrt{7}}}{5^{2\sqrt{7}-1}} = \frac{5^{2\sqrt{7}}}{5^{2\sqrt{7}-1}} = 5.$$

Ответ: 5.

3.11.1. Решение.

$$\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}} = \frac{2^{1-\sqrt{10}}}{2^{-\sqrt{10}}} = 2.$$

Ответ: 2.

3.12.1. Решение.

$$\frac{6^{\sqrt{3}} \cdot 7^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = \frac{(6 \cdot 7)^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = \frac{42^{\sqrt{3}}}{42^{\sqrt{3}-1}} = 42.$$

Ответ: 42.

3.13.1. Решение.

$$\begin{aligned}2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 8^{1-\sqrt{7}} &= 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot (2^3)^{1-\sqrt{7}} = 2^{3\sqrt{7}-1} \cdot 2^{3-3\sqrt{7}} = \\ &= 2^{3\sqrt{7}-1+3-3\sqrt{7}} = 2^2 = 4.\end{aligned}$$

Ответ: 4.

3.14.1. Решение.

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14} = \frac{2^2 \cdot (\sqrt{7})^2}{14} = \frac{4 \cdot 7}{14} = 2.$$

Ответ: 2.

3.15.1. Решение.

$$\begin{aligned}\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2 &= \left(\frac{2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2 = \left(\frac{2^{\frac{7}{12}}}{2^{\frac{1}{12}}}\right)^2 = \\ &= \left(2^{\frac{7}{12} - \frac{1}{12}}\right)^2 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 = 2^{2 \cdot \frac{1}{2}} = 2.\end{aligned}$$

Ответ: 2.

3.16.1. Решение.

$$\begin{aligned} 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} &= 0,8^{\frac{1}{7}} \cdot 25^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \\ &= (0,8 \cdot 25)^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = 20^{\frac{1}{7}} \cdot 20^{\frac{6}{7}} = \\ &= 20^{\frac{1+6}{7}} = 20. \end{aligned}$$

Ответ: 20.

3.17.1. Решение. 1-ый способ.

$$\begin{aligned} 5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9} &= 5 \cdot 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = 5 \cdot 9^{\frac{1+1}{6}} = \\ &= 5 \cdot 9^{\frac{1}{2}} = 5 \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} 5 \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[6]{9} &= 5 \cdot \sqrt[3]{9^2} \cdot \sqrt[6]{9} = 5 \cdot \sqrt[6]{9^2 \cdot 9} = \\ &= 5 \cdot \sqrt[6]{9^3} = 5 \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15. \end{aligned}$$

Ответ: 15.

3.18.1. Решение. 1-ый способ.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} &= 49^{\frac{1}{3}} \cdot 49^{\frac{1}{6}} = 49^{\frac{1+1}{6}} = \\ &= 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{49} \cdot \sqrt[6]{49} &= \sqrt[3]{49^2} \cdot \sqrt[6]{49} = \sqrt[6]{49^2 \cdot 49} = \\ &= \sqrt[6]{49^3} = \sqrt{49} = 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

3.19.1. Решение. 1-ый способ.

$$\frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} = \frac{7^{\frac{1}{9}} \cdot 7^{\frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = \frac{7^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}} = \frac{7^{\frac{1}{6}}}{7^{\frac{1}{6}}} = 1.$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}} &= \frac{\sqrt[9 \cdot 2]{7^2} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6 \cdot 3]{7^3}} = \\ &= \sqrt[18]{\frac{7^2 \cdot 7}{7^3}} = \sqrt[18]{1} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

Выражения с переменными

3.20.1. Решение. При $a > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{(4a)^{2,5}}{a^2 \sqrt{a}} &= \frac{4^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^2 \cdot a^{0,5}} = \frac{(2^2)^{2,5} \cdot a^{2,5}}{a^{2+0,5}} = \\ &= \frac{2^5 \cdot a^{2,5}}{a^{2,5}} = 32. \end{aligned}$$

Ответ: 32.

3.21.1. Решение. При $b > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{(9b)^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} &= \frac{9^{1,5} \cdot b^{1,5} \cdot b^{2,7}}{b^{4,2}} = \\ &= \frac{(3^2)^{1,5} \cdot b^{4,2}}{b^{4,2}} = 3^3 = 27. \end{aligned}$$

Ответ: 27.

3.22.1. Решение. При $b > 0$ имеем

$$\begin{aligned} \frac{(\sqrt{3}a)^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{a^{2,6}} &= \frac{(\sqrt{3})^2 \cdot a^2 \cdot a^{\frac{3}{5}}}{a^{2,6}} = \\ &= \frac{3a^2 \cdot a^{0,6}}{a^{2,6}} = \frac{3a^{2+0,6}}{a^{2,6}} = \frac{3a^{2,6}}{a^{2,6}} = 3. \end{aligned}$$

Ответ: 3.

3.23.1. Решение. При $a \neq 0$ имеем

$$\frac{(\sqrt[3]{7a^2})^6}{a^4} = \frac{(7a^2)^{\frac{6}{3}}}{a^4} = \frac{7^2 \cdot (a^2)^2}{a^4} = \frac{49a^4}{a^4} = 49.$$

Ответ: 49.

3.24.1. Решение. 1-ый способ. При $m > 0$

$$\begin{aligned} \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} &= \frac{12 \cdot m^{\frac{1}{9}} \cdot m^{\frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = \frac{12m^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}} = \\ &= \frac{12m^{\frac{1}{6}}}{m^{\frac{1}{6}}} = 12. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\begin{aligned} \frac{12 \cdot \sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}} &= \frac{12 \cdot \sqrt[9 \cdot 2]{m^2} \cdot \sqrt[18]{m}}{\sqrt[6 \cdot 3]{m^3}} = \\ &= 12 \cdot \sqrt[18]{\frac{m^2 \cdot m}{m^3}} = 12 \cdot \sqrt[18]{1} = 12 \cdot 1 = 12. \end{aligned}$$

Ответ: 12.

3.25.1. Решение. 1-ый способ. При $b > 0$

$$\frac{\sqrt{81 \sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{\left(81 \cdot b^{\frac{1}{7}}\right)^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{14}}} = \frac{(9^2)^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1 \cdot 1}{7 \cdot 2}}}{b^{\frac{1}{14}}} = \frac{9b^{\frac{1}{14}}}{b^{\frac{1}{14}}} = 9.$$

2-ой способ.

$$\frac{\sqrt{81 \sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9 \sqrt{\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9^2 \sqrt[7]{b}}{\sqrt[14]{b}} = \frac{9^2 \sqrt[7]{b}}{\sqrt[14]{b}} = 9.$$

Ответ: 9.

3.26.1. Решение. 1-ый способ. При $m > 0$

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{\left(m^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{9}}}{\left(16m^{\frac{1}{9}}\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{m^{\frac{1}{18}}}{16^{\frac{1}{2}} \cdot m^{\frac{1}{18}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

2-ой способ.

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{9\sqrt[9]{m}}{4\sqrt[9]{m}} =$$

$$= \frac{9\sqrt[9]{m}}{4^2\sqrt[9]{m}} = \frac{18\sqrt[9]{m}}{4^2\sqrt[9]{m}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

3.27.1. Решение. При $a > 0$ имеем

$$\frac{15\sqrt[5]{28\sqrt{a}} - 7\sqrt[7]{20\sqrt{a}}}{2\sqrt[35]{4\sqrt{a}}} = \frac{15 \cdot 5\sqrt[28]{a} - 7 \cdot 7\sqrt[20]{a}}{2 \cdot 35\sqrt[4]{a}} =$$

$$= \frac{15 \cdot 140\sqrt{a} - 7 \cdot 140\sqrt{a}}{2 \cdot 140\sqrt{a}} = \frac{8 \cdot 140\sqrt{a}}{2 \cdot 140\sqrt{a}} = 4.$$

Ответ: 4.

3.28.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{(b^{\sqrt{2}})^3} = \frac{b^{3\sqrt{2}+2}}{b^{3\sqrt{2}}} = b^2.$$

При $b = 6$ выражение примет значение $6^2 = 36$.

Ответ: 36.

3.29.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{(b^{\sqrt{3}})^{2\sqrt{3}}}{b^4} = \frac{b^{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}}}{b^4} = \frac{b^6}{b^4} = b^2.$$

При $b = 5$ выражение примет значение $5^2 = 25$.

Ответ: 25.

3.30.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[18]{m}} = \frac{2\sqrt[9]{m^9}}{9\sqrt[2]{m^2} \cdot \sqrt[18]{m}} = \sqrt[18]{\frac{m^9}{m^2 \cdot m}} =$$

$$= \sqrt[18]{m^6} = \sqrt[3]{m}.$$

При $m = 64$ выражение примет значение $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$.

Ответ: 4.

3.31.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{\sqrt[9]{a} \cdot \sqrt[18]{a}}{a \cdot \sqrt[6]{a}} = \frac{a^{\frac{1}{9}} \cdot a^{\frac{1}{18}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{9} + \frac{1}{18}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{6}}}{a \cdot a^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{a}.$$

При $a = 1,25$ выражение примет значение $\frac{1}{1,25} = 1 : \frac{5}{4} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Ответ: 0,8.

3.32.1. Решение. При $x > 0$

$$\frac{5\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{5\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} =$$

$$= \frac{5\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 5.$$

Ответ: 5.

3.33.1. Решение. Упростим выражение:

$$\frac{7\sqrt{x-5}}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4 =$$

$$= \frac{7\sqrt{x-5}}{\sqrt{x}} + \frac{5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 =$$

$$= \frac{7\sqrt{x-5} + 5}{\sqrt{x}} + 3x - 4 =$$

$$= \frac{7\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + 3x - 4 = 7 + 3x - 4 =$$

$$= 3x + 3.$$

При $x = 3$ выражение примет значение $3 \cdot 3 + 3 = 12$.

Ответ: 12.

3.34.1. Решение. При $x \leq 2$ имеем

$$x + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = x + \sqrt{(x-2)^2} = x + |x-2| =$$

$$= x + 2 - x = 2.$$

Ответ: 2.

3.35.1. Решение. При $6 \leq a \leq 10$ имеем

$$\sqrt{(a-6)^2} + \sqrt{(a-10)^2} = |a-6| + |a-10| =$$

$$= a - 6 + 10 - a = 4.$$

Ответ: 4.

3.36.1. Решение.

$$h(5+x) + h(5-x) =$$

$$= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{(5+x)-10} +$$

$$+ \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{(5-x)-10} =$$

$$= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{x-5} + \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{-5-x} =$$

$$= \sqrt[3]{5+x} + \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{5+x} = 0.$$

Ответ: 0.

3.37.1. Решение. При $|x| \neq 2$ имеем

$$\frac{g(2-x)}{g(2+x)} = \frac{\sqrt[3]{(2-x)(4-(2-x))}}{\sqrt[3]{(2+x)(4-(2+x))}} =$$

$$= \frac{\sqrt[3]{(2-x)(2+x)}}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)}} = 1.$$

Ответ: 1.

4. Действия с логарифмами

Числовые выражения

4.1.1. Решение. Согласно определению логарифма имеем $\log_4 16 = 2$, так как $4^2 = 16$.

Ответ: 2.

4.2.1. Решение. Согласно определению логарифма, $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36) = 4 \cdot 2 = 8$.

Ответ: 8.

4.3.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов,

$$\log_{0,25} 2 = \log_{\frac{1}{4}} 2 = \log_{2^{-2}} 2 = -\frac{1}{2} \log_2 2 = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

4.4.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов, $\log_4 8 = \log_2 2^3 = \frac{3}{2} \log_2 2 = 1,5$.

Ответ: 1,5.

4.5.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 = \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 2^2 =$$

$$= -\log_5 5 - 2 \log_2 2 = -1 - 2 = -3.$$

Ответ: -3.

4.6.1. Решение Согласно определению логарифма имеем

$$\log_4 \log_5 25 = \log_4 2 = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

4.7.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{\sqrt[13]{13}} 13 = \log_{13^{\frac{1}{13}}} 13 = 6 \log_{13} 13 = 6.$$

Ответ: 6.

4.8.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13} = \log_{13^{-1}} 13^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log_{13} 13 = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

4.9.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$6 \log_7 \sqrt[3]{7} = 6 \log_7 7^{\frac{1}{3}} = 6 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$

Ответ: 2.

4.10.1. Решение. Согласно определению логарифма имеем

$$\log_{\sqrt{7}}^2 49 = (\log_{7^{0,5}} 7^2)^2 =$$

$$= (4 \log_7 7)^2 = 4^2 = 16.$$

Ответ: 16.

4.11.1. Решение. Используя основное логарифмическое тождество, имеем

$$7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = 28.$$

Ответ: 28.

4.12.1. Решение. Используя основное логарифмическое тождество, имеем

$$\frac{24}{3^{\log_3 2}} = \frac{24}{2} = 12.$$

Ответ: 12.

4.13.1. Решение. 1-ый способ. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$5^{3+\log_5 2} = 5^{\log_5 125 + \log_5 2} =$$

$$= 5^{\log_5 (125 \cdot 2)} = 5^{\log_5 250} = 250.$$

2-ой способ.

$$5^{3+\log_5 2} = 5^3 \cdot 5^{\log_5 2} = 125 \cdot 2 = 250.$$

Ответ: 250.

4.14.1. Решение. 1-ый способ. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$8^{2 \log_8 3} = 8^{\log_8 3^2} = 8^{\log_8 9} = 9.$$

2-ой способ.

$$8^{2 \log_8 3} = (8^{\log_8 3})^2 = 3^2 = 9.$$

Ответ: 9.

4.15.1. Решение. Согласно свойствам степеней и логарифмов имеем

$$36^{\log_6 5} = (6^2)^{\log_6 5} = 6^{2 \log_6 5} = 6^{\log_6 5^2} =$$

$$= 6^{\log_6 25} = 25.$$

Ответ: 25.

4.16.1. Решение. Согласно свойствам степеней и логарифмов имеем

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} = (8^2)^{\log_8 \sqrt{3}} = 8^{2 \log_8 \sqrt{3}} =$$

$$= 8^{\log_8 (\sqrt{3})^2} = 8^{\log_8 3} = 3.$$

Ответ: 3.

4.17.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$5^{\log_{25} 49} = 5^{\log_{5^2} 7^2} = 5^{\log_5 7} = 7.$$

Ответ: 7.

4.18.1. Решение. Согласно свойствам степеней и основному логарифмическому тождеству имеем

$$\left(3^{\log_2 3}\right)^{\log_3 2} = \left(3^{\log_3 2}\right)^{\log_2 3} = 2^{\log_2 3} = 3.$$

Ответ: 3.

4.19.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_3 8,1 + \log_3 10 = \log_3 (8,1 \cdot 10) = \log_3 81 = 4.$$

Ответ: 4.

4.20.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_5 60 - \log_5 12 = \log_5 \frac{60}{12} = \log_5 5 = 1.$$

Ответ: 1.

4.21.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3 = \log_{0,3} \frac{10}{3} = \log_{\frac{3}{10}} \frac{10}{3} = -1.$$

Ответ: -1.

4.22.1. Решение.

$$\begin{aligned} \frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}} &= 9^{\log_5 50 - \log_5 2} = \\ &= 9^{\log_5 25} = 9^2 = 81. \end{aligned}$$

Ответ: 81.

4.23.1. Решение. 1-ый способ. Согласно формуле перехода к другому основанию имеем

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log_5 25 = 2.$$

2-ой способ.

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \frac{\log_3 5^2}{\log_3 5} = \frac{2 \cdot \log_3 5}{\log_3 5} = 2.$$

Ответ: 2.

4.24.1. Решение. Согласно формуле перехода к другому основанию имеем

$$\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13} = \log_{13} \sqrt{13} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

4.25.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\frac{\log_3 18}{2 + \log_3 2} = \frac{\log_3 18}{\log_3 9 + \log_3 2} = \frac{\log_3 18}{\log_3 18} = 1.$$

Ответ: 1.

4.26.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} \frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 &= \log_7 5 + \log_7 5^{-1} = \\ &= \log_7 5 - \log_7 5 = 0. \end{aligned}$$

Ответ: 0.

4.27.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\frac{\log_7 13}{\log_{49} 13} = \frac{\log_7 13}{\log_{7^2} 13} = \frac{2 \log_7 13}{\log_7 13} = 2.$$

Ответ: 2.

4.28.1. Решение. 1-ый способ.

$$\begin{aligned} \log_5 9 \cdot \log_3 25 &= \log_5 3^2 \cdot \log_3 5^2 = \\ &= 2 \cdot 2 \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 5 = 4 \cdot 1 = 4. \end{aligned}$$

2-ой способ.

$$\log_5 9 \cdot \log_3 25 = \log_5 25 \cdot \log_3 9 = 2 \cdot 2 = 4.$$

3-ий способ.

$$\begin{aligned} \log_5 9 \cdot \log_3 25 &= \log_5 3^2 \cdot \log_3 25 = \\ &= 2 \log_5 3 \cdot \log_3 25 = 2 \log_5 25 = 2 \cdot 2 = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 4.

4.29.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} \log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25 &= \log_{0,8} 1,25 = \\ &= \log_{\frac{4}{5}} \left(\frac{5}{4}\right) = -1. \end{aligned}$$

Ответ: -1.

4.30.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\left(2^{\log_5 3}\right)^{\log_3 5} = 2^{\log_5 3 \cdot \log_3 5} = 2^1 = 2.$$

Ответ: 2.

4.31.1. Решение. Согласно свойствам логарифмов имеем

$$\begin{aligned} (1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12) &= \\ &= (\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12) = \\ &= \left(\log_2 \frac{1}{6}\right) \left(\log_6 \frac{1}{2}\right) = \left(\log_2 \frac{1}{2}\right) \left(\log_6 \frac{1}{6}\right) = \\ &= (-1) \cdot (-1) = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

Выражения с переменными

4.32.1. Решение. 1-ый способ. Так как $\log_a (a^2 b^3) = \log_a a^2 + \log_a b^3 = 2 + 3 \log_a b$, то имеем $2 + 3 \cdot (-2) = 2 - 6 = -4$.

Решение. 2-ой способ. Так как

$$\log_a b = -2, \text{ то отсюда } b = a^{-2}. \text{ Подста-}$$

вим в исходное выражение

$$\log_a (a^2 b^3) = \log_a (a^2 (a^{-2})^3) = \log_a a^{-4} = -4.$$

Ответ: -4.

4.33.1. Решение. Так как

$$\log_a \frac{a}{b^3} = \log_a a - \log_a b^3 = 1 - 3 \log_a b,$$

то имеем $1 - 3 \cdot 5 = -14$.

Ответ: -14.

4.34.1. Решение. Если $\log_b a = \frac{1}{7}$, то ис-

пользуя формулу $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, получа-

ем $\log_a b = 1 : \frac{1}{7} = 7$. Так как

$$\log_a (ab^3) = \log_a a + \log_a b^3 = 1 + 3 \log_a b,$$

то имеем $1 + 3 \cdot 7 = 22$.

Ответ: 22.

5. Преобразование тригонометрических выражений

Числовые выражения

5.1.1. Решение.

$$\begin{aligned} 16\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \cdot \sin \frac{\pi}{4} &= 16\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{16 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 16. \end{aligned}$$

Ответ: 16.

5.2.1. Решение.

$$\begin{aligned} 24\sqrt{2} \cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) &= \\ &= 24\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} \left(-\sin \frac{\pi}{4} \right) = \\ &= -24\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{24 \cdot 2}{4} = -12. \end{aligned}$$

Ответ: -12.

5.3.1. Решение.

$$\begin{aligned} 12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ &= \\ &= 12 \sin (180^\circ - 30^\circ) \cdot \cos (180^\circ - 60^\circ) = \\ &= 12 \sin 30^\circ \cdot (-\cos 60^\circ) = -12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -3. \end{aligned}$$

Ответ: -3.

5.4.1. Решение.

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3} &= 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \\ &= 4 \cos \frac{\pi}{3} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

5.5.1. Решение.

$$\begin{aligned} -18\sqrt{2} \sin(-135^\circ) &= -18\sqrt{2} (-\sin 135^\circ) = \\ &= 18\sqrt{2} \sin (180^\circ - 45^\circ) = \\ &= 18\sqrt{2} \sin 45^\circ = 18\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 18. \end{aligned}$$

Ответ: 18.

5.6.1. Решение.

$$\begin{aligned} -4\sqrt{3} \cos(-750^\circ) &= -4\sqrt{3} \cos 750^\circ = \\ &= -4\sqrt{3} \cos (720^\circ + 30^\circ) = \\ &= -4\sqrt{3} \cos 30^\circ = -4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -6. \end{aligned}$$

Ответ: -6.

5.7.1. Решение.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ) &= 2\sqrt{3} (-\operatorname{tg} 300^\circ) = \\ &= -2\sqrt{3} \operatorname{tg} (360^\circ - 60^\circ) = \\ &= -2\sqrt{3} \cdot (-\operatorname{tg} 60^\circ) = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 6. \end{aligned}$$

Ответ: 6.

5.8.1. Решение.

$$\begin{aligned} \frac{8}{\sin \left(-\frac{27\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{31\pi}{4} \right)} &= \\ &= \frac{8}{\left(-\sin \left(7\pi - \frac{\pi}{4} \right) \right) \cdot \cos \left(8\pi - \frac{\pi}{4} \right)} = \\ &= -\frac{8}{\sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}} = -\frac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = -16. \end{aligned}$$

Ответ: -16.

5.9.1. Решение.

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \cos 29^\circ}{\sin (90^\circ - 29^\circ)} = \frac{5 \cos 29^\circ}{\cos 29^\circ} = 5.$$

Ответ: 5.

5.10.1. Решение.

$$\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{\sin(360^\circ - 19^\circ)} =$$

$$= \frac{14 \sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ} = -14.$$

Ответ: -14.

5.11.1. Решение.

$$\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{4 \cos(180^\circ - 34^\circ)}{\cos 34^\circ} =$$

$$= \frac{4(-\cos 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = -4.$$

Ответ: -4.

5.12.1. Решение.

$$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin(360^\circ + 49^\circ)}{\sin 49^\circ} =$$

$$= \frac{14 \sin 49^\circ}{\sin 49^\circ} = 14.$$

Ответ: 14.

5.13.1. Решение.

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5 \operatorname{tg}(180^\circ - 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5(-\operatorname{tg} 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5.$$

Ответ: -5.

5.14.1. Решение.

$$5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ + 17^\circ) =$$

$$= 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot (-\operatorname{ctg} 17^\circ) = -5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{ctg} 17^\circ =$$

$$= -5 \cdot 1 = -5.$$

Ответ: -5.

5.15.1. Решение.

$$7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ - 13^\circ) =$$

$$= 7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{ctg} 13^\circ = 7 \cdot 1 = 7.$$

Ответ: 7.

5.16.1. Решение.

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2(90^\circ + 37^\circ)} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ} = \frac{12}{1} = 12.$$

Ответ: 12.

5.17.1. Решение.

$$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ} =$$

$$= \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2(90^\circ + 23^\circ)} =$$

$$= \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \sin^2 23^\circ} = \frac{6}{1} = 6.$$

Ответ: 6.

5.18.1. Решение.

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2(180^\circ + 27^\circ)} =$$

$$= \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ} = \frac{12}{1} = 12.$$

Ответ: 12.

5.19.1. Решение.

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \cdot 2 \sin 11^\circ \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} =$$

$$= \frac{6 \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

5.20.1. Решение.

$$8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = 4 \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} =$$

$$= 4 \sin \frac{10\pi}{12} = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) =$$

$$= 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

5.21.1. Решение.

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos(90^\circ - 37^\circ)} =$$

$$= \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} = \frac{2 \cdot 5 \sin 74^\circ}{2 \cdot \cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} =$$

$$= \frac{10 \sin 74^\circ}{\sin 74^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

5.22.1. Решение.

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ} = \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin(90^\circ - 49^\circ)} =$$

$$= \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \cos 49^\circ} = \frac{2 \cdot 5 \sin 98^\circ}{2 \cdot \sin 49^\circ \cdot \cos 49^\circ} =$$

$$= \frac{10 \sin 98^\circ}{\sin 98^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

5.23.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \\ & = \sqrt{3} \left(\cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \\ & = \sqrt{3} \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \\ & = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = \\ & = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

5.24.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \\ & = -\frac{24(\cos^2 17^\circ - \sin^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \\ & = -\frac{24 \cos 34^\circ}{\cos 34^\circ} = -24. \end{aligned}$$

Ответ: -24.

5.25.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \left(2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1 \right) = \\ & = \sqrt{3} \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ & = \sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

5.26.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \cdot \left(1 - 2 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \\ & = \sqrt{3} \cdot \cos \frac{10\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ & = \sqrt{3} \left(-\cos \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

Выражения с переменными

5.27.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{3 \cos(\pi - \beta) + \sin \left(\frac{\pi}{2} + \beta \right)}{\cos(\beta + 3\pi)} = \\ & = \frac{3(-\cos \beta) + \cos \beta}{-\cos \beta} = \frac{-2 \cos \beta}{-\cos \beta} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

5.28.1. Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{2 \sin(\alpha - 7\pi) + \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}{\sin(\alpha + \pi)} = \\ & = \frac{2 \sin(7\pi - \alpha) + \sin \alpha}{\sin(\pi + \alpha)} = \\ & = \frac{2 \cdot (-\sin \alpha) + \sin \alpha}{-\sin \alpha} = \frac{-\sin \alpha}{-\sin \alpha} = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

5.29.1. Решение. Так как

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, то имеем

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha & = 1 - \left(\frac{2\sqrt{6}}{5} \right)^2 = \\ & = 1 - \frac{24}{25} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5} \right)^2 \end{aligned}$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$,

$\sin \alpha = -\frac{1}{5}$. Тогда $5 \sin \alpha = 5 \cdot \left(-\frac{1}{5} \right) = -1$.

Ответ: -1.

5.30.1. Решение. Так как

$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, то имеем

$$\begin{aligned} \cos^2 \alpha & = 1 - \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3} \right)^2 = \\ & = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3} \right)^2 \end{aligned}$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$,

$\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Тогда $3 \cos \alpha = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$.

Ответ: 1.

5.31.1. Решение. Так как

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, то имеем

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 = \\ &= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2\end{aligned}$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$,

$\sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$. Тогда, используя формулу

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, получаем

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right) : \frac{1}{\sqrt{10}} = -3.$$

Ответ: -3.

5.32.1. Решение. Так как

$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, то имеем

$$\begin{aligned}\cos^2 \alpha &= 1 - \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right)^2 = \\ &= 1 - \frac{25}{26} = \frac{1}{26} = \left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)^2.\end{aligned}$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$,

$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$. Тогда, используя формулу

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, получаем

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(-\frac{5}{\sqrt{26}}\right) : \left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right) = 5.$$

Ответ: 5.

5.33.1. Решение. Упростим выражение

$$\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha.$$

Так как $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$, то имеем

$$\cos^2 \alpha = 1 - 0,8^2 = 0,36 = 0,6^2.$$

С учетом того, что $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$,

$\cos \alpha = -0,6$. Тогда исходное выражение примет значение $-\cos \alpha = -(-0,6) = 0,6$.

Ответ: 0,6.

5.34.1. Решение. Упростим выражение

$$26 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 26 \sin \alpha.$$

Так как $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, то имеем

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} = \left(\frac{5}{13}\right)^2.$$

Если $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$, то $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$.

Тогда исходное выражение примет значение

$$26 \sin \alpha = 26 \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = -10.$$

Ответ: -10.

5.35.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right) &= \operatorname{tg}\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \\ &= \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}.\end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-\frac{1}{0,4} = -1 : \frac{2}{5} = -2,5.$$

Ответ: -2,5.

5.36.1. Решение. Упростим выражение

$$\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{10 \cdot 2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{3 \cos 3\alpha} = \frac{20 \sin 3\alpha}{3}.$$

Находим значение выражения

$$\frac{20 \cdot 0,6}{3} = 4.$$

Ответ: 4.

5.37.1. Решение. Упростим выражение

$$24 \cos 2\alpha = 24(1 - 2 \sin^2 \alpha).$$

Находим значение выражения

$$\begin{aligned}24(1 - 2 \cdot (-0,2)^2) &= 24(1 - 0,08) = \\ &= 24 \cdot 0,92 = 22,08.\end{aligned}$$

Ответ: 22,08.

5.38.1. Решение. Упростим выражение

$$9 \cos 2\alpha = 9(2 \cos^2 \alpha - 1).$$

Находим значение выражения

$$\begin{aligned}9 \cdot \left(2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1\right) &= 9 \left(\frac{2}{9} - 1\right) = \\ &= 9 \cdot \left(-\frac{7}{9}\right) = -7.\end{aligned}$$

Ответ: -7.

5.39.1. Решение. Упростим выражение

$$-47 \cos 2\alpha = -47(2 \cos^2 \alpha - 1).$$

Находим значение выражения

$$\begin{aligned} -47 \cdot (2 \cdot (-0,4)^2 - 1) &= -47 \left(2 \cdot \left(-\frac{2}{5} \right)^2 - 1 \right) = \\ &= -47 \cdot \left(-\frac{17}{25} \right) = 47 \cdot \frac{68}{100} = 31,96. \end{aligned}$$

Ответ: 31,96.

5.40.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned} 5 \sin(\alpha - 7\pi) - 11 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) &= \\ = 5 \sin(7\pi - \alpha) - 11 \sin \alpha &= \\ = -5 \sin(\pi - \alpha) - 11 \sin \alpha &= \\ = -5 \sin \alpha - 11 \sin \alpha &= -16 \sin \alpha. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-16 \cdot (-0,25) = 4.$$

Ответ: 4.

5.41.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned} 7 \cos(\pi + \beta) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) &= \\ = -7 \cos \beta - 2 \cos \beta &= -9 \cos \beta. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-9 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) = 3.$$

Ответ: 3.

5.42.1. Решение. Упростим выражение

$$\begin{aligned} 5 \operatorname{tg}(5\pi - \gamma) - \operatorname{tg}(-\gamma) &= 5 \operatorname{tg}(-\gamma) + \operatorname{tg} \gamma = \\ = -5 \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \gamma &= -4 \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$-4 \cdot 7 = -28.$$

Ответ: -28.

5.43.1. Решение. Преобразуем равенство:

$$5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6.$$

$$5 \sin^2 \alpha + 13 \cos^2 \alpha = 6(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha = 7 \cos^2 \alpha$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на $\cos^2 \alpha \neq 0$: $\operatorname{tg}^2 \alpha = 7$.

Ответ: 7.

5.44.1. Решение. Разделим числитель и знаменатель выражения на $\cos \alpha \neq 0$:

$$\begin{aligned} \frac{3 \cos \alpha - 4 \sin \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha} &= \frac{3 - \frac{4 \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} - 5} = \\ &= \frac{3 - 4 \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha - 5}. \end{aligned}$$

Находим значение выражения

$$\frac{3 - 4 \cdot 3}{2 \cdot 3 - 5} = -9.$$

Ответ: -9.

5.45.1. Решение. Если $\operatorname{tg} \alpha = -2,5$, то $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -2,5$ или $\sin \alpha = -2,5 \cos \alpha$. Те-

перь преобразуем выражение:

$$\begin{aligned} \frac{10 \cos \alpha + 4 \sin \alpha + 15}{2 \sin \alpha + 5 \cos \alpha + 3} &= \\ = \frac{10 \cos \alpha + 4 \cdot (-2,5) \cos \alpha + 15}{2 \cdot (-2,5) \cos \alpha + 5 \cos \alpha + 3} &= \frac{15}{3} = 5. \end{aligned}$$

Ответ: 5.

5.46.1. Решение. Преобразуем равенство:

$$\frac{7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha}{5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha} = 3;$$

$$7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha = 3(5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha)$$

(при условии $5 \sin \alpha - 17 \cos \alpha \neq 0$);

$$7 \sin \alpha + 13 \cos \alpha = 15 \sin \alpha - 51 \cos \alpha;$$

$$8 \sin \alpha = 64 \cos \alpha;$$

$$\sin \alpha = 8 \cos \alpha;$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на $\cos \alpha \neq 0$: $\operatorname{tg} \alpha = 8$.

Ответ: 8.

5.47.1. Решение. Преобразуем равенство с учетом того, что знаменатель выражения в левой части равенства ненулевой:

$$\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3};$$

$$3(3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2) = \sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6;$$

$$\sin \alpha = 2,25 \cos \alpha;$$

Теперь разделим обе части последнего равенства на $\cos \alpha \neq 0$: $\operatorname{tg} \alpha = 2,25$.

Ответ: 2,25.

Ответы

1. Арифметические действия

Числовые выражения

1.1.1. 10. 1.1.2. 20. 1.1.3. 12.

1.2.1. 8. 1.2.2. $-1,5$. 1.2.3. 5,25.

1.3.1. 80,625. 1.3.2. 425.
1.3.3. $-24,32$. 1.3.4. $-1,86$.

1.4.1. 5. 1.4.2. 91. 1.4.3. 17.

1.5.1. 10. 1.5.2. 1. 1.5.3. 1.

Выражения с переменными

1.6.1. 4. 1.6.2. 1. 1.6.3. 1.

1.7.1. 2. 1.7.2. 2. 1.7.3. 3.

1.8.1. 1. 1.8.2. $-0,75$. 1.8.3. $-0,2$.

1.9.1. 10. 1.9.2. -2 . 1.9.3. -106 .

1.10.1. 6. 1.10.2. 6. 1.10.3. 18.

1.11.1. -2 . 1.11.2. -32 . 1.11.3. 50.

1.12.1. 14. 1.12.2. -4 . 1.12.3. 1.

1.13.1. -12 . 1.13.2. 72. 1.13.3. 12.

1.14.1. -17 . 1.14.2. -2 . 1.14.3. -44 .

1.15.1. 0. 1.15.2. -86 . 1.15.3. -210 .

1.16.1. 0. 1.16.2. 0. 1.16.3. 0.

1.17.1. 1. 1.17.2. 1. 1.17.3. 1.

2. Действия со степенями

Числовые выражения

2.1.1. -136 . 2.1.2. 108. 2.1.3. 18.

2.2.1. 0,2. 2.2.2. 64. 2.2.3. 64.

2.3.1. 5. 2.3.2. 121. 2.3.3. 8.

2.4.1. 7. 2.4.2. 4. 2.4.3. 9.

2.5.1. 7. 2.5.2. 1296. 2.5.3. 1.

2.6.1. 9. 2.6.2. 4. 2.6.3. 25.

2.7.1. 49. 2.7.2. 36. 2.7.3. 25.

2.8.1. 0,625. 2.8.2. 4. 2.8.3. 81.

2.9.1. 1,5. 2.9.2. 63. 2.9.3. 12,25.

2.10.1. 121. 2.10.2. 49. 2.10.3. 784.

2.11.1. 1,4. 2.11.2. 750. 2.11.3. 12,5.

Выражения с переменными

2.12.1. 11. 2.12.2. 17. 2.12.3. 19.

2.13.1. -2 . 2.13.2. -7 . 2.13.3. 5.

2.14.1. -25 . 2.14.2. -16 . 2.14.3. -16 .

2.15.1. 333. 2.15.2. -598 . 2.15.3. 1009.

2.16.1. 2. 2.16.2. -4 . 2.16.3. 5.

2.17.1. 2. 2.17.2. 2. 2.17.3. -1 .

2.18.1. -12 . 2.18.2. 3. 2.18.3. 5.

2.19.1. 6. 2.19.2. -8 . 2.19.3. 18.

2.20.1. 346. 2.20.2. 138. 2.20.3. 128.

2.21.1. -367 . 2.21.2. $-220,8$. 2.21.3. -309 .

2.22.1. 64. 2.22.2. 225. 2.22.3. 3.

2.23.1. 13,5. 2.23.2. 4,9. 2.23.3. 48,6.

2.24.1. 7. 2.24.2. 2. 2.24.3. 6.

2.25.1. 64. 2.25.2. 64. 2.25.3. 243.

2.26.1. 2. 2.26.2. 2. 2.26.3. 2.

2.27.1. 5. 2.27.2. 11. 2.27.3. -4.

2.28.1. 2. 2.28.2. 1,5. 2.28.3. 1.

2.29.1. 6. 2.29.2. 60. 2.29.3. 41.

2.30.1. 5. 2.30.2. 3. 2.30.3. 7.

2.31.1. 0,25. 2.31.2. 3. 2.31.3. 5,25.

2.32.1. 121. 2.32.2. 529. 2.32.3. 36.

2.33.1. 2,5. 2.33.2. 5. 2.33.3. 0,04.

2.34.1. 144. 2.34.2. 400. 2.34.3. 256.

2.35.1. 3,5. 2.35.2. 1. 2.35.3. 1.

2.36.1. 16. 2.36.2. 81. 2.36.3. 64.

2.37.1. 0,0001. 2.37.2. 4096. 2.37.3. 0,16.

2.38.1. 88. 2.38.2. 1,6. 2.38.3. 1,4.

2.39.1. 0,5. 2.39.2. 64. 2.39.3. 9.

2.40.1. 49. 2.40.2. 6. 2.40.3. 2.

2.41.1. 8. 2.41.2. 11. 2.41.3. 6.

2.42.1. 15. 2.42.2. 0,02. 2.42.3. 0,125.

2.43.1. 150. 2.43.2. 75. 2.43.3. 90.

2.44.1. 2. 2.44.2. 65. 2.44.3. 112.

2.45.1. -0,5. 2.45.2. -2. 2.45.3. -23,9.

3. Действия с корнями

Числовые выражения

3.1.1. 33. 3.1.2. 352. 3.1.3. 414.

3.2.1. -15. 3.2.2. 20. 3.2.3. -22.

3.3.1. 6. 3.3.2. -7. 3.3.3. -6.

3.4.1. 2. 3.4.2. 2. 3.4.3. 2.

3.5.1. 2. 3.5.2. 6. 3.5.3. 2.

3.6.1. 7. 3.6.2. 3. 3.6.3. 7.

3.7.1. 2. 3.7.2. 2. 3.7.3. 3.

3.8.1. 2. 3.8.2. -2. 3.8.3. -6.

3.9.1. 243. 3.9.2. 59049. 3.9.3. 256.

3.10.1. 5. 3.10.2. 6. 3.10.3. 49.

3.11.1. 2. 3.11.2. 0,1. 3.11.3. 0,8.

3.12.1. 42. 3.12.2. 1225. 3.12.3. 900.

3.13.1. 4. 3.13.2. 25. 3.13.3. 81.

3.14.1. 2. 3.14.2. 29,4. 3.14.3. 5.

3.15.1. 2. 3.15.2. 5. 3.15.3. 49.

3.16.1. 20. 3.16.2. 15. 3.16.3. 6.

3.17.1. 15. 3.17.2. 27. 3.17.3. 30.

3.18.1. 7. 3.18.2. 7. 3.18.3. 9.

3.19.1. 1. 3.19.2. 1. 3.19.3. 1.

Выражения с переменными

3.20.1. 32. 3.20.2. 512. 3.20.3. 2744.

3.21.1. 27. 3.21.2. 32. 3.21.3. 19683.

3.22.1. 3. 3.22.2. 15625. 3.22.3. 16807.

3.23.1. 49. 3.23.2. 169. 3.23.3. 216.

3.24.1. 12. 3.24.2. 16. 3.24.3. 23.

3.25.1. 9. 3.25.2. 10. 3.25.3. 3.

3.26.1. 0,25. 3.26.2. 0,2. 3.26.3. 0,1.

3.27.1. 4. 3.27.2. 2. 3.27.3. 0,5.

3.28.1. 36. 3.28.2. 0,25. 3.28.3. 7.

3.29.1. 25. 3.29.2. 8. 3.29.3. 0,125.

3.30.1. 4. 3.30.2. 4. 3.30.3. 5.

3.31.1. 0,8. 3.31.2. 2. 3.31.3. 0,8.

3.32.1. 5. 3.32.2. 10. 3.32.3. 4.

3.33.1. 12. 3.33.2. 9. 3.33.3. 1.

3.34.1. 2. 3.34.2. -16. 3.34.3. 20.

3.35.1. 4. 3.35.2. 4. 3.35.3. 8.

3.36.1. 0. 3.36.2. 0. 3.36.3. 0.

3.37.1. 1. 3.37.2. 1. 3.37.3. 1.

4. Действия с логарифмами

Числовые выражения

4.1.1. 2. 4.1.2. 5. 4.1.3. 4.

4.2.1. 8. 4.2.2. 15. 4.2.3. 12.

4.3.1. -0,5. 4.3.2. -3. 4.3.3. -3.

4.4.1. 1,5. 4.4.2. -0,5. 4.4.3. -0,5.

4.5.1. -3. 4.5.2. 4. 4.5.3. 3.

4.6.1. 0,5. 4.6.2. 0,25. 4.6.3. 1.

4.7.1. 6. 4.7.2. 4. 4.7.3. 3.

4.8.1. -0,5. 4.8.2. -0,5. 4.8.3. -0,5.

4.9.1. 2. 4.9.2. 13. 4.9.3. 15.

4.10.1. 16. 4.10.2. 16. 4.10.3. 36.

4.11.1. 28. 4.11.2. 12. 4.11.3. 27.

4.12.1. 12. 4.12.2. 13. 4.12.3. 6.

4.13.1. 250. 4.13.2. 120. 4.13.3. 288.

4.14.1. 9. 4.14.2. 196. 4.14.3. 36.

4.15.1. 25. 4.15.2. 16. 4.15.3. 49.

4.16.1. 3. 4.16.2. 6. 4.16.3. 10.

4.17.1. 7. 4.17.2. 4. 4.17.3. 9.

4.18.1. 3. 4.18.2. 7. 4.18.3. 5.

4.19.1. 4. 4.19.2. 2. 4.19.3. 7.

4.20.1. 1. 4.20.2. 2. 4.20.3. 2.

4.21.1. -1. 4.21.2. -1. 4.21.3. -1.

4.22.1. 81. 4.22.2. 36. 4.22.3. 16.

4.23.1. 2. 4.23.2. 2. 4.23.3. 3.

4.24.1. 0,5. 4.24.2. 0,2. 4.24.3. 0,04.

4.25.1. 1. 4.25.2. 1. 4.25.3. 1.

4.26.1. 0. 4.26.2. 0. 4.26.3. 0.

4.27.1. 2. 4.27.2. 2. 4.27.3. 3.

4.28.1. 4. 4.28.2. 3. 4.28.3. 2.

4.29.1. -1. 4.29.2. -1. 4.29.3. -1.

4.30.1. 2. 4.30.2. 3. 4.30.3. 5.

4.31.1. 1. 4.31.2. 1. 4.31.3. 1.

Выражения с переменными

4.32.1. -4. 4.32.2. 71. 4.32.3. -24.

4.33.1. -14. 4.33.2. -15. 4.33.3. -23.

4.34.1. 22. 4.34.2. 20. 4.34.3. 31.

5. Преобразование тригонометрических выражений

Числовые выражения

- ***
5.1.1. 16. 5.1.2. 20. 5.1.3. 9.

5.2.1. -12. 5.2.2. -52,5. 5.2.3. -40,5.

5.3.1. -3. 5.3.2. -11. 5.3.3. -6.

5.4.1. 2. 5.4.2. -15. 5.4.3. -21.

5.5.1. 18. 5.5.2. 37. 5.5.3. 6.

5.6.1. -6. 5.6.2. -16. 5.6.3. -48.

5.7.1. 6. 5.7.2. 17. 5.7.3. 132.

5.8.1. -16. 5.8.2. 116. 5.8.3. -82.

5.9.1. 5. 5.9.2. 40. 5.9.3. 33.

5.10.1. -14. 5.10.2. -2. 5.10.3. -34.

5.11.1. -4. 5.11.2. 4. 5.11.3. -38.

5.12.1. 14. 5.12.2. -42. 5.12.3. -20.

5.13.1. -5. 5.13.2. -23. 5.13.3. 22.

5.14.1. -5. 5.14.2. 19. 5.14.3. -5.

5.15.1. 7. 5.15.2. -24. 5.15.3. 59.

5.16.1. 12. 5.16.2. -12. 5.16.3. 37.

5.17.1. 6. 5.17.2. -24. 5.17.3. 9.

5.18.1. 12. 5.18.2. -9. 5.18.3. -20.

5.19.1. 6. 5.19.2. 1. 5.19.3. 18.

5.20.1. 2. 5.20.2. -0,25. 5.20.3. -1.

5.21.1. 10. 5.21.2. 32. 5.21.3. -8.

5.22.1. 10. 5.22.2. 24. 5.22.3. 16.

5.23.1. -1,5. 5.23.2. -4. 5.23.3. 2.

- ***
5.24.1. -24. 5.24.2. -23. 5.24.3. -31.

5.25.1. -1,5. 5.25.2. 4,5. 5.25.3. 3.

5.26.1. -1,5. 5.26.2. -4. 5.26.3. 1.

Выражения с переменными

- ***
5.27.1. 2. 5.27.2. 1. 5.27.3. 1.

5.28.1. 1. 5.28.2. 0,6. 5.28.3. 0.

5.29.1. -1. 5.29.2. -0,7. 5.29.3. 0,2.

5.30.1. 1. 5.30.2. 0,1. 5.30.3. 0,2.

5.31.1. -3. 5.31.2. 2. 5.31.3. -0,1.

5.32.1. 5. 5.32.2. -1,25. 5.32.3. -0,5.

5.33.1. 0,6. 5.33.2. -2,88. 5.33.3. -3.

5.34.1. -10. 5.34.2. 2,8. 5.34.3. 12.

5.35.1. -2,5. 5.35.2. -0,8. 5.35.3. -0,5.

5.36.1. 4. 5.36.2. -0,48. 5.36.3. -0,56.

5.37.1. 22,08. 5.37.2. -10,88. 5.37.3. -1,68.

5.38.1. -7. 5.38.2. 2. 5.38.3. 19,6.

5.39.1. 31,96. 5.39.2. 10,08. 5.39.3. 43,12.

5.40.1. 4. 5.40.2. 8. 5.40.3. 0,3.

5.41.1. 3. 5.41.2. -2. 5.41.3. 3.

5.42.1. -28. 5.42.2. 1. 5.42.3. 2,4.

5.43.1. 7. 5.43.2. 0,5. 5.43.3. -0,125.

5.44.1. -9. 5.44.2. -0,8. 5.44.3. 0.

5.45.1. 5. 5.45.2. 2. 5.45.3. 4.

5.46.1. 8. 5.46.2. 1,4. 5.46.3. 16.

5.47.1. 2,25. 5.47.2. -3,75. 5.47.3. 0,25.

6. Дополнительные задачи

1. -7900.
 2. 5.
 3. 1.
 4. 2.
 5. а) 3. б) 1. в) 6. г) $\sqrt{10}-3$. д) $3-\sqrt{7}$.
 е) $\pi-3$. ж) $3-e$.
 6. а) 5. б) $1+2x$.
 7. а) 2. б) 6. в) $127\frac{2}{9}$.
 8. а) 2. б) 6.
 9. а) 21,6. б) 3.
 10. а) 3. б) 866.
 11. а) 100. б) 196. в) 91. г) 49.
 12. а) 3600. б) 400.
 13. а) $(40+1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$. б) 1521.
 14. а) $(50-8)(50+8) = 50^2 - 8^2 = 2500 - 64 = 2436$. б) 3596.
 15. а) 484. б) 10000.
 16. а)
 $(30+1)^3 = 30^3 + 3 \cdot 30^2 \cdot 1 + 3 \cdot 30 \cdot 1^2 + 1^3 = 27000 + 2700 + 90 + 1 = 29791$.
 б) 6859.
 17. 2,56.
 18. а) 9. б) -3. в) 3.
 19. а) 12. б) -23,25.
 20. а) 23. б) 28. в) 77. г) 48. д) 234. е) 114.
 ж) 872. з) 356.
 21. а) 65. б) 35. в) 9,5. г) 0,25.
 22. а) 15. б) 25. в) 16. г) 80. д) 4.
 23. а) 6. б) 0,5. в) $\frac{4}{3}$. г) $\frac{1}{9}$. д) $\frac{5}{3}$. е) 1.
 ж) 1. з) 3,5.
 24. а) 1,5. б) 0,6. в) 0,5. г) 6. д) 0,3. е) 6.
 ж) 0,2. з) 5. и) $\frac{2}{\sqrt{5}}$. к) 1. л) $\frac{5}{4}$. м) -1.
 н) 2.
 25. з) $5^{\frac{5}{12}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$.
 26. а) 2. б) 2.
 27. а) 45. б) 0,75. в) 576.
 28. а) 4. б) 10000. в) $\sqrt{3}$. г) $\sqrt{5}$.
 29. а) -12. б) 54. в) 36. г) 54. д) 0.
 30. а) $2\sqrt{2}$. б) $2\sqrt[4]{3}$. в) $-10\sqrt[3]{3}$.
 31. а) $\sqrt{27}$. б) $\sqrt[3]{-32}$. в) $-\sqrt[4]{9}$.
 32. а) 0. б) $-5\sqrt[3]{4}$. в) $-\sqrt{2}$. г) $9\sqrt{5}$. д) $-11\sqrt[3]{3}$. е) 33. ж) 18. з) 0. и) 1.
 33. а) $8\sqrt{7}-7\sqrt[3]{2}+3$. б) $4\sqrt{5}+11$.
 34. а) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. б) $\frac{4\sqrt[3]{49}}{7}$. в) $\frac{5-\sqrt{13}}{3}$.
 г) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$.
 35. а) 2,5. б) 8.
 36. а) 49. б) 16. в) 9.
 37. а) 1. б) -1.
 38. а) -1. б) 1. в) -12. г) 2. д) 1. е) 22. ж) 7. з) 2.
 39. а) 3. б) -4. в) 2. г) 5.
 40. а) $a^4 \cdot \sqrt[4]{8}$. б) $c^6 \cdot \sqrt[3]{9}$.
 41. а) $\sqrt[4]{81c}$. б) $\sqrt[8]{256q^3}$. в) $\sqrt[7]{3p^{28}}$.
 г) $\sqrt[9]{5t^{18}}$.
 42. а) 8. б) 24. в) -3,5.
 43. а) 0,5. б) 1.
 44. а) 1. б) 2. в) 0. г) -1. д) -2. е) 0,5.
 ж) -0,5. з) 5. и) -3. к) m .
 45. а) 1. б) -1. в) 0. г) 7. д) $\frac{1}{3}$.
 46. а) -1. б) 1. в) 26. г) -0,9. д) 3. е) 25.
 ж) 4,5. з) 0.
 47. а) $\frac{\pi}{2}$. б) $\frac{\pi}{3}$. в) $\frac{\pi}{6}$. г) $\frac{\pi}{3}$. д) $-\frac{\pi}{6}$.
 е) $\frac{3\pi}{4}$. ж) $-\frac{\pi}{4}$. з) $\frac{5\pi}{6}$. и) 0. к) $\frac{1}{2}$. л) 0.
 м) $-\frac{\pi}{2}$. н) 1.
 48. а) 1. б) 1. в) $2\cos^2 x$. г) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$. д) 1.
 49. а) $-\operatorname{tg}^2 2x$. б) $\frac{2}{\sin^2 \alpha}$. в) $-\frac{\sin \alpha}{2}$. г) 1.
 д) 1. е) 1. ж) 1.
 50. а) 0,5. б) 1,96. в) -3. г) 4.
 51. а) $\cos \alpha$. б) $\sin \alpha$. в) $\operatorname{ctg} 2\alpha$;
 г) $\operatorname{ctg} 3\alpha$. д) $\cos \alpha$. е) $\sin \alpha$. ж) $-\operatorname{tg} \alpha$.
 з) $-\sin \alpha$. и) $-\cos \alpha$. к) $-\cos \alpha$.
 л) $-\cos \alpha$. м) $\operatorname{ctg} \alpha$. н) $\operatorname{ctg} \alpha$. о) $\sin^2 \alpha$.
 п) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$. р) $\sin^2 \alpha$.
 52. а) 1. б) 1. в) $-\operatorname{ctg} \alpha$.
 53. а) 4,8. б) -1. в) -1,5. г) -2,5. д) -1,5.
 54. а) $\cos \alpha - \cos 6\alpha$. б) $2\sin \alpha$.
 55. а) 0,5. б) -1,4.
 56. а) 2. б) $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$. в) $\operatorname{tg} \alpha$.
 57. а) 120. б) 24.

58. а) $\operatorname{tg} 2\alpha$. б) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{2}$. в) $\cos 2x$.

г) $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha$.

59. а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. б) 1. в) 1.

60. $\frac{720}{1681}$; $\frac{1519}{1681}$; $\frac{720}{1519}$.

Список и источники литературы

1. Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В. Единый государственный экзамен 2008. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2007.

2. Шестаков С. А. ЕГЭ 2013. Математика. Задача В7. Значения выражений. Рабочая тетрадь / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. – 4-е изд., стереотип. – М.: МЦНМО, 2013. – 48 с.

3. www.mathege.ru – Математика ЕГЭ 2013 (открытый банк заданий).

4. www.alexlarin.net – сайт по оказанию информационной поддержки студентам и абитуриентам при подготовке к ЕГЭ, поступлению в ВУЗы и изучении различных разделов высшей математики.

5. <http://eek.diary.ru/> – сайт по оказанию помощи абитуриентам, студентам, учителям по математике.

6. <http://reshuege.ru> – Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ. Математика».